



**TRABAJO PRÁCTICO N°6: Electrones en sólidos y semiconductores**

**6.1** - En D dimensiones la energía de una partícula libre en un cubo de lado L puede tomar los valores

$$E_{n_1..n_D} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} \left( \sum_{i=1}^D n_i^2 \right), \quad \text{con } n_i \in \mathbb{N}$$

a) Siendo el estado fundamental aquel de menor energía escriba las energías para los fundamentales de dimensión D = 1,2,3.

b) Escriba las energías del primer estado excitado y evalúe el ΔE ¿Qué multiplicidad tienen el primer excitado y el fundamental en cada dimensión D = 1,2,3 ? Considere que L=10 mm y que la partícula tiene la masa de un electrón.

c) Para D=2 dibuje en un par de ejes n<sub>1</sub>, n<sub>2</sub> aquellos puntos (n<sub>1</sub>, n<sub>2</sub>) que satisfacen que n<sub>i</sub> ≤ 5 ¿Cuántos puntos son? Si cada punto representa una configuración de energía E<sub>n<sub>1</sub>n<sub>2</sub></sub> señale en el gráfico construido aquellos estados cuya energía cumpla E < E<sub>0</sub> 32 donde E<sub>0</sub> = ħ<sup>2</sup>π<sup>2</sup>/2mL<sup>2</sup>. Note que esto define una especie de cuarto de círculo de energías permitidas, ¿Puede visualizar qué figura esperaría para las energías permitidas en D=3?

d) Si defino R<sup>2</sup> = n<sub>1</sub><sup>2</sup> + n<sub>2</sub><sup>2</sup> el área del cuarto de círculo de energías permitidas es πR<sup>2</sup>/4 (aproximación que mejora si n<sub>i</sub> es grande). Como cada energía tiene un valor de área unitaria se puede normalizar el área y se sigue que N = πR<sup>2</sup>/4 es el número de energías permitidas: encuentre la densidad de estados g(E) a través de

$$dN = g(E)dE$$

(i) Si el spin del electrón es 1/2 por cuánto hay que multiplicar g(E) si queremos que sea la densidad de estados de electrones.

**6.2** - Si la probabilidad de ocupación de un estado fermiónico es

$$n(E) = \frac{1}{e^{(E-\mu)/kT} + 1}$$

y a T = 0 se tiene que μ = ε<sub>f</sub> y el número de estados N es igual al número de fermiones N<sub>f</sub>, calcule ε<sub>f</sub> a partir de

$$N = \int_0^\infty g(E)n(E)dE$$

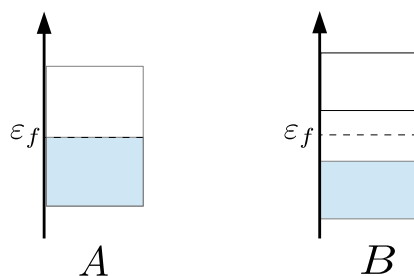
siendo

$$g(E) = \frac{L^3(2m)^{3/2}}{4\pi^2\hbar^3} E^{1/2}.$$

Ayuda: Piense cómo cambia la integral para T = 0.

**6.3** - La energía de Fermi de la plata es 5.5 eV. (a) Estimar la densidad de electrones libres y (b) el número de electrones libres que contribuyen a esa densidad por cada átomo de plata. Tenga en cuenta que la densidad de la plata es ρ= 10500 Kg/m<sup>3</sup> y que el peso atómico de la plata es 107.87 uma.

**6.4** - Dadas las estructuras de bandas A y B,



a) ¿Cuál de ellas representa un conductor y cuál un aislante a bajas temperaturas? Justifique.

b) Si B representa la estructura de bandas del diamante y el gap es de 6 eV hallándose la ε<sub>f</sub> en la mitad, (i) ¿Qué probabilidad existe de que se encuentre ocupado el estado de menor energía de la banda de conducción a 1000 °K? (ii)



¿Qué temperatura necesito para que la probabilidad de ocupación sea del 0.1 %? (iii) ¿Puedo obtener esa temperatura en el interior del Sol, por ejemplo?

**6.5** - La energía de Fermi  $\varepsilon_f$  de la plata es 6 eV. Determinar la probabilidad de ocupación para un estado de la plata a temperatura ambiente (300 °K) con energía:

a)  $E = \varepsilon_f$ , b)  $E = \varepsilon_f - kT$ , c)  $E = \varepsilon_f + kT$ , d)  $E = 5 \text{ eV}$  y e)  $E = 7 \text{ eV}$ .

**6.6** - Un electrón ocupa el nivel de energía más alto de la banda de valencia en una muestra de diamante. ¿Cuál es la máxima longitud de onda para fotones que excitan electrones hacia la banda de conducción? En el diamante el *gap* es de 7 eV.

**6.7** - Suponer que la energía de Fermi de un semiconductor está en la mitad de su *gap* y que la anchura de este es grande en comparación con  $kT$ . Demuestre que la probabilidad de ocupación de un estado de energía  $\varepsilon$  está dada aproximadamente por (a)  $p(\varepsilon)_e = e^{-(\varepsilon - \varepsilon_f)/kT}$  para un electrón en la banda de conducción y (b)  $p(\varepsilon)_h = 1 - p(\varepsilon)_e$  para un hueco en la banda de valencia.

**6.8** - Cuando el germanio es dopado con aluminio, ¿resulta un semiconductor de tipo *n* o de tipo *p*? Justifique.