TRABAJO PRÁCTICO N°0: Modelo Electromagnético

0.1 - ¿Cuáles son las cuatro unidades **SI** fundamentales del electromagnetismo?

0.2 - ¿Cuáles son las cuatro unidades de campo fundamentales del modelo electromagnético?

0.3 - ¿Cuáles son las tres constantes universales del modelo electromagnético y cuáles sus relaciones?

TRABAJO PRÁCTICO N°1: Análisis vectorial

1.1 - Un rombo es un paralelogramo equilátero. Denote dos lados vecinos del rombo con los vectores $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$.

a) Verifique que las dos diagonales sean $\mathbf{A}+\mathbf{B}$ y $\mathbf{A}-\mathbf{B}$.

b) Demuestre que las diagonales son perpendiculares entre sí.

1.2 - Dados los tres vectores $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ y $\mathbf{C}$ siguientes:

$$\mathbf{A} = 6\hat{x} + 2\hat{y} - 3\hat{z}$$

$$\mathbf{B} = 4\hat{x} - 6\hat{y} + 12\hat{z}$$

$$\mathbf{C} = 5\hat{x} - 2\hat{z}$$

Calcule:

a) $\widehat{\mathbf{B}}$ (versor $\mathbf{B}$).

b) $|\mathbf{B} - \mathbf{A}|$

c) La componente de $\mathbf{A}$ en la dirección de $\mathbf{B}$.

d) $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$.

e) La componente de $\mathbf{B}$ en la dirección de $\mathbf{A}$.

f) El ángulo α entre $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$.

g) $\mathbf{A} \times \mathbf{C}$

h) $\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{C})$ y $(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C}$

1.3 - Dado un vector $\mathbf{A} = -\hat{x} + 2\hat{y} - 2\hat{z}$ en coordenadas cartesianas, encuentre

a) Su magnitud $|\mathbf{A}|$.

b) La expresión del vector unitario en la dirección de $\mathbf{A}$.

c) El ángulo que forma $\mathbf{A}$ con el eje z.

1.4 - Dado $\mathbf{A} = 5\hat{x} - 2\hat{y} + \hat{z}$ y $\mathbf{B} = -3\hat{x} + 4\hat{z}$, calcule:

a) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$.

b) $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$.

c) El ángulo entre $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$.

1.5 - Suponiendo que un campo vectorial expresado en coordenadas cilíndricas es

$$\mathbf{A} = 3\,cos(\phi)\,\hat{r} - 2r\,\hat{\phi} + z\,\hat{z}$$

a) ¿Cuál es el campo en el punto $P = (4, \pi/3, 5)$?

b) Exprese el campo $\mathbf{A}$ en coordenadas cartesianas.

c) Exprese la posición del punto P en coordenadas cartesianas.

1.6 - Exprese el vector unitario $\hat{z}$ en coordenadas esféricas.

1.7 - Los tres vértices de un triángulo rectángulo están en $P_1 = (1, 0, 2)$, $P_2 = (-3, 1, 5)$ y $P_3 = (3, -4, 6)$

a) Determine cuál de los vértices corresponde a un ángulo recto.

b) Encuentre el área del triángulo.

1.8 - Suponiendo que una nube de electrones confinada en una región entre dos esferas con radios de 2 y 5 cm tiene una densidad de carga de

$$\rho = -\frac{3.10^{-8} A\, cos^2(\phi)}{4r} \qquad [\mathrm{C/m^3}],$$

encuentre la carga total contenida en la región ($Q = \int_V \rho\, dV$). A es una constante.

1.9 - Dado un campo vectorial $\mathbf{F} = xy\hat{x} + yz\hat{y} + zx\hat{z}$,

a) Calcule el flujo de salida total a través de la superficie de un cubo unidad en el primer octante con un vértice en el origen.

b) Encuentre $\nabla \cdot \mathbf{F}$ y verifique el teorema de la divergencia.

1.10 - Determine si los campos vectoriales siguientes son irrotacionales, solenoidales, ambos o ninguno.

a) $\mathbf{A} = xy\,\hat{x} - 2ay\,\hat{y} + xz\,\hat{z}$.

b) $\mathbf{B} = r(sen(\theta)\,\hat{r} + 2\,cos(\theta)\,\hat{\phi})$

c) $\mathbf{C} = x\,\hat{x} - 2y\,\hat{y} + z\,\hat{z}$.

d) $\mathbf{D} = (k/r)\,\hat{r}$

TRABAJO PRÁCTICO N°2: Campos eléctricos estáticos

2.1 - Determine la intensidad de campo eléctrico en $P = (-0.2, 0, -2.3)$ debida a una carga puntual de 5 nC en $Q = (0.2, 0.1, -2.5)$ en el aire. Todas las dimensiones se hallan en metros.

2.2 - Calcule el campo eléctrico **E** debido a una distribución de carga en un anillo de radio r con densidad de carga ρ, ubicado en el plano xy con el centro en el origen.

a) Calcular **E** en el punto (0,0,h).

b) Calcular **E** en el punto (0,0,0).

2.3 - Determine la intensidad de campo eléctrico de una línea de carga recta, infinitamente larga, con densidad de carga uniforme ρ [C/m] en el aire.

2.4 - Utilice la ley de Gauss para determinar la intensidad de campo eléctrico de una línea de carga rectilínea, infinitamente larga, con densidad uniforme λ en el aire.

2.5 - Determine la intensidad de campo eléctrico de un plano de carga infinito con densidad superficial de carga uniforme σ.

2.6 - Determine el campo **E** producido por una nube esférica de electrones con densidad volumétrica de carga $\rho_V = -\rho_0$ para $0 < R < b$, (tanto ρ_0 como b son positivos) y $\rho_V = 0$ para $R > b$.

2.7 - Obtenga una fórmula para la intensidad del campo eléctrico en el eje de un disco circular de radio b que tiene una densidad superficial de carga uniforme σ.

2.8 - Encuentre la energía necesaria para situar tres cargas puntuales de 1, 2 y 3 C en los vértices de un triángulo equilátero de lado 10 cm en el espacio libre. Calcule el campo eléctrico en el centro del triángulo producido por las tres cargas.

2.9 - Una carga puntual positiva Q está en el centro de una capa conductora esférica con radio interior R. Determine **E** y V como funciones de la distancia radial R.

2.10 - Dos cargas puntuales iguales y opuestas $+q$ y $-q$ están separadas una pequeña distancia d. Determine el potencial V y la intensidad eléctrica **E** en un punto arbitrario P a una distancia $R \gg d$ del *dipolo*.

TRABAJO PRÁCTICO N°3: Potencial eléctrico y condensadores

3.1 - Determine el trabajo realizado por el campo eléctrico $\mathbf{E} = x\,\hat{x} - 2y\,\hat{y}$ (V/m) para mover una unidad de carga positiva desde la posición $P_1 = (-2, 0, 0)$ hasta la posición $P_2 = (5, -1, 3)$. Todas las distancias están en metros.

3.2 - Un condensador de *placas paralelas* consiste en dos placas de área S separadas por una distancia d. El espacio entre las mismas se halla relleno con un dieléctrico de permitividad constante ε. Determine la capacitancia de este dispositivo.

3.3 - Un condensador cilíndrico consiste en un conductor interno de radio a y un conductor externo cilíndrico hueco de radio b ubicados concéntricamente. El arreglo tiene longitud L. El espacio entre los dos conductores está lleno con un dieléctrico de permitividad ε. Determine la capacitancia de este condensador.

3.4 - Una esfera conductora cargada, de radio a, está situada concéntricamente dentro de otra esfera hueca, de radio b (con $b > a$). Calcule la capacitancia.

3.5 - Suponga que la Tierra es una esfera conductora de gran tamaño ($R = 6370$ km) rodeada de aire. Encuentre su capacitancia referida al infinito.

3.6 - Un condensador de placas paralelas con área S y separación d se carga con una diferencia de potencial V. La permitividad del dieléctrico es ε. Halle la energía electrostática almacenada.

3.7 - Los radios de dos capas delgadas esféricas conductoras son R_0 y R_1. El espacio entre capas se llena con un material aislante. La capa interior se mantiene a un potencial V_0 y la exterior a V_1. Determine la distribución de potencial en el material aislante resolviendo la ecuación de Laplace ($\nabla^2\phi = 0$).

TRABAJO PRÁCTICO N°4: Magnetoestática

4.1 - Por un conductor sólido no magnético recto de sección transversal circular de radio b e infinitamente largo circula una corriente estacionaria I. Determine la densidad de flujo magnético dentro y fuera del mismo.

4.2 - Determine la densidad de flujo magnético en el interior de una bobina toroidal con núcleo de aire y N espiras (muy juntas) por las cuales circula una corriente i. El toroide tiene un radio medio b y cada espira tiene un radio a.

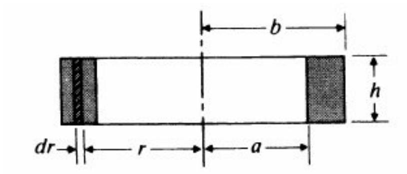
4.3 - Suponga un filamento de longitud infinita por el cual circula una corriente I.

a) Mediante la Ley de Ampere, calcule $\mathbf{B}$ a distancia R del filamento.

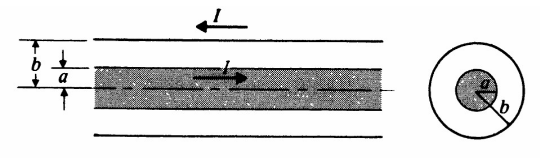
b) Halle el valor numérico de $\mathbf{B}$ si $I = 1$ A y $R = 1$ m.

c) Repita a) mediante la ley de Biot y Savart.

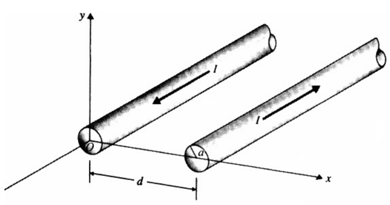
4.4 - Alrededor de un marco toroidal de sección transversal rectangular (dimensiones en figura) se enrollan, muy juntas, N vueltas de alambre. Suponiendo que la permitividad del medio es μ determine la autoinductancia de la bobina toroidal.



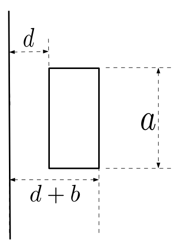
4.5 - Una línea de transmisión coaxial llena de aire tiene un conductor interior sólido de radio a y un conductor externo muy delgado de radio interior b. Determine la inductancia por unidad de longitud de la línea.



4.6 - Calcule las inductancias interna y externa por unidad de longitud de una línea de transmisión que consiste en dos largos alambres conductores paralelos de radio a que transportan corrientes en direcciones opuestas. Los ejes de los alambres están separados por una distancia $d \gg a$.



4.7 - Determine la inductancia mutua entre una espira rectangular conductora y un alambre recto muy largo.



TRABAJO PRÁCTICO N°5: Ondas Electromagnéticas

5.1 - Las componentes del campo eléctrico de una onda electromagnética plana armónica son: $E_x = E_z = 0$ y $E_y = 9\,sen(kx - \omega t)$ con $k = 4 \times 10^6$ y $\omega = 9 \times 10^{14}$, donde todas las magnitudes están en el sistema MKSC. Calcule:

a) La longitud de onda incidente y la velocidad de la luz en este medio.

b) Las componentes del campo magnético de la onda utilizando las ecuaciones de Maxwell.

c) El vector de Poynting **P**.

d) La divergencia del vector **H** y del vector **E**.

5.2 - Las componentes de cierto campo magnético son: $B_x = 2\,sen(3x+5y-6z-\omega t)$, $B_y = 6\,sen(3x+5y-6z-\omega t)$ y $B_z = B_{0z}\,sen(3x + 5y - 6z - \omega t)$

a) Determine B_{0z} y ω para que tales componentes representen el campo **B** de una onda electromagnética que se propaga en un medio cuya velocidad es $c/2$.

b) Calcule el campo **E** de esta onda usando las ecuaciones de Maxwell.

c) Calcule la longitud de onda λ, la frecuencia f, la frecuencia angular ω, el período τ y el vector de propagación **k** de la onda.

5.3 - Una onda electromagnética plana y armónica se propaga en un medio transparente siendo las componentes de su vector eléctrico $E_x = 3\,sen(8 \times 10^6 x - 6 \times 10^6 y - 2 \times 10^{15} t)$, $E_y = 4\,sen(8 \times 10^6 x - 6 \times 10^6 y - 2 \times 10^{15} t)$ y $E_z = 0$. Calcular:

a) La velocidad de la luz en el medio de propagación, la longitud de onda, la frecuencia y el período.

b) Describa el vector de propagación de esta onda.

c) Las componentes del vector magnético de la onda utilizando las ecuaciones de Maxwell.

d) Si esta onda incide normalmente sobre una superficie cuadrada de 10 cm de lado, ¿qué energía incide sobre este material en 5 minutos?.

5.4 - Una onda plana, uniforme, con $\mathbf{E} = E_x \hat{x}$ se propaga en un medio simple sin pérdidas (ε_r=4, $\mu_r = 1$, $\sigma = 0$) en la dirección $\hat{z}$. Suponga que E_x es senoidal con frecuencia 100 MHz y que su valor máximo es 10^{-4} V/m en $t = 0$ y $z = \frac{1}{8}$ m.

a) Escriba la expresión instantánea de **E** para cualquier t y z.

b) Escriba la expresión instantánea de **H**.

c) Determine las posiciones donde E_x tiene un máximo positivo cuando $t = 10^{-8}$ seg.