Serie 3: Teoría Cinética. Ecuación de Boltzmann

1.

$$\frac{\hbar}{\sqrt{2mkT}}\left(\frac{N}{V}\right)^{1/3} \approx \frac{2000\ eV.\ Å}{c.\sqrt{2.\ 2.10^{9}\frac{eV}{c^2}.\ 8{,}3.10^{-5}\frac{eV}{°K}.\ 300\ °K}}$$

$$\frac{2000\ eV.\ Å}{9980\ eV}$$

$$\frac{2000.1.10^{-10}m}{9980}.\ 2{,}9.10^{8}\frac{1}{m} \approx \boxed{5{,}8.\ 10^{-3}}$$

Bajo CNPT hay 1 mol de gas en un volumen de 22,4 dm^3

$$\frac{P}{kT} = \frac{N}{V} = 2{,}45.10^{25}\ m^{-3} \Rightarrow \left(\frac{N}{V}\right)^{1/3} = 2{,}9.\ 10^{8}\ \frac{1}{m}$$

$$\frac{N}{V} = \frac{N_a}{V}$$

$$m_{O_2}.c^2 = 5{,}3.10^{-26}kg.9.10^{16}\frac{m^2}{s^2} = 4{,}78.10^{-9}\ J$$

$$2{,}9.10^{10}\ eV$$

30.000 MeV

$$m_H c^2 = 2000\ MeV$$

$$m_O c^2 = 16.\ m_H.c^2 = 32000\ MeV$$

→ para el O_2 es $\boxed{1{,}45.10^{-3}}$

2.

La idea es separar velocidades de las partículas

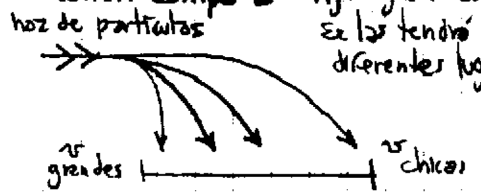
Hay uno en el libro Física clásica & Moderna de Gettys-Keller-Skove que consta de lo siguiente:

Otro método [para part. cargadas]

Es utilizar un selector de velocidades con un campo $\vec{B}$

$$f_L = q(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B})$$

Con un campo $\vec{B}$ fijo y en ausencia de $\vec{E}$ se las tendrá impactando en diferentes lugares oc a su $\vec{v}$



3.

Gas clásico con N partículas. $f(\vec{x},\vec{v},t)$: función de distribución

$\alpha(\vec{x},\vec{v},t)$: una magnitud asociada a una partícula del gas

a)

$$\iint f(\vec{x},\vec{v},t).d^3x.d^3v = N$$

$$\int\underbrace{\int f(\vec{x},\vec{v},t).d^3v}_{= n(\vec{x},t)}.d^3x = N \Rightarrow \boxed{n(\vec{x},t) = \int f(\vec{x},\vec{v},t).d^3v}$$

La densidad de partículas en $\vec{x}$ y a tiempo t es tal que $\int n(\vec{x},t).d^3x = N$

b)

$$\langle\alpha\rangle_{\vec{x},t} = \frac{\int\alpha(\vec{x},\vec{v},t).f(\vec{x},\vec{v},t).d^3v}{\int f(\vec{x},\vec{v},t)\ d^3v} = \frac{1}{n(\vec{x},t)}\int\alpha(\vec{x},\vec{v},t).f(\vec{x},\vec{v},t)d^3v$$

Para que dependa de $\vec{x},t$

No debo realizar integración en d^3x

$$\boxed{\langle\alpha\rangle(\vec{x},t) = \frac{1}{n(\vec{x},t)}\int\alpha(\vec{x},\vec{v},t).f(\vec{x},\vec{v},t).d^3v}$$

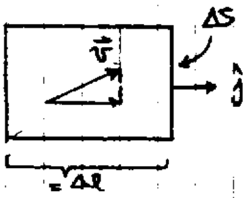
c)

Partículas que atraviesan ΔS / volumen

$$\text{flujo de part.} = \underbrace{(\vec{v}-\vec{v}_o)\cdot\hat{j}\,\Delta t}_{\Delta l}\,\Delta S\; n(\vec{x},t) \equiv \# \text{ de part. que atraviesan } \Delta S$$

Sea $\alpha(\vec{x},\vec{v},t)$ una magnitud de cada partícula $\Rightarrow$

Nota



$\vec{v}\cdot\hat{j}\,\Delta t = \Delta l$

Las partículas que atraviesan la sup. en un Δt son las que están en el interior de un cilindro de área ΔS y altura Δl y tienen velocidad $\vec{v}$.

Si la sup. se mueve con $\vec{U}_o$ será:

$$\Delta l = (\vec{v}-\vec{U}_o)\cdot\hat{j}\,\Delta t$$

Flujo α en un Δt en un ΔS

$$\alpha(\vec{v}-\vec{U}_o)\,n(\vec{x},t)\cdot\hat{j}$$

$$\boxed{\phi_\alpha = \left[\langle(\vec{v}-\vec{U}_o)\,\alpha(\vec{x},\vec{v},t)\rangle\, n(\vec{x},t)\right]\cdot\hat{j}}$$

i) densidad de corriente $\doteq$ flujo de carga $\rightarrow$

$$\phi_e = \langle\vec{v}\,q\rangle\, n\cdot\hat{j} \qquad q \equiv \text{carga de una partícula}$$

ii) flujo térmico $\doteq$ flujo de energía cinética $\rightarrow$

$$\phi_T = \langle\vec{v}\,\frac{mv^2}{2}\rangle\, n\cdot\hat{j} \equiv Q \quad [\text{Calor}]$$

iii) $\alpha(\vec{x},\vec{v},t) = m(v_i - \langle v_i\rangle)$

$$P_{ij} = m\langle(v_i - \langle v_i\rangle)\,v_j\rangle\cdot n$$

flujo de momento lineal $\rightarrow$ tensor de presión

d)

$$V(\vec{x}) \rightarrow \vec{F} = -\vec{\nabla}_x V(\vec{x}) \Rightarrow \text{hay } \vec{F}^{ext} \rightarrow f = f(\vec{x},\vec{p}) \Rightarrow$$

$$f(\vec{x},\vec{p}) = f_o(\vec{p})\,\phi(\vec{x}) \Rightarrow$$

$$\left(\frac{\vec{p}}{m}\cdot\vec{\nabla}_x + \vec{F}\cdot\vec{\nabla}_p\right)f = 0$$

$$f_o(\vec{p})\,\frac{\vec{p}}{m}\,\vec{\nabla}_x\phi(x) - \vec{\nabla}_x V(\vec{x})\cdot\phi(\vec{x})\,\vec{\nabla}_p f(\vec{p}) = 0$$

$$\frac{\vec{p}}{m}\cdot\vec{\nabla}_x\phi(\vec{x}) + (\vec{\nabla}_x V(\vec{x}))\,\phi(\vec{x})\frac{(\vec{p})}{mkT} = 0$$

$$\vec{\nabla}_p f_{MB} = \frac{n}{(2\pi mkT)^{3/2}}\, e^{-\frac{(\vec{p}-\vec{p}_o)^2}{2mkT}}\cdot\left(-\frac{(\vec{p}-\vec{p}_o)}{mkT}\right)$$

$$\vec{\nabla}_p f = -f_o(\vec{p})\cdot\frac{(\vec{p}-\vec{p}_o)}{mkT}$$

considero $\vec{p}_o = 0$

continúa en página siguiente

4. Considera el aire gas diluido → no hay colisiones

$n_o = \frac{N}{V}$ en $z=0$ $\Rightarrow$ $\boxed{n = n(z)}$

Suponemos equilibrio $\Rightarrow$ no varía con el tiempo $\Rightarrow$ caso estacionario

$$\left(\cancel{\frac{\partial}{\partial t}} + \frac{\vec{p}}{m}\cdot\vec{\nabla}_r + \vec{F}\cdot\vec{\nabla}_p\right)f(\vec{r},\vec{p},t) = 0$$

estacionario — no hay colisiones

$$\frac{p_z}{m}\frac{\partial f}{\partial z} - mg\frac{\partial}{\partial p_z}f = 0$$

$$F = -\nabla V = -\frac{\partial}{\partial z}(mgz)$$
$$F = -mg$$

$$\frac{p_z}{m}\frac{\partial f}{\partial z} = -g\frac{\partial f}{\partial p_z}\,m$$

$$-\frac{1}{g}\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{m^2}{p_z}\cdot\frac{\partial f}{\partial p_z}$$

En ausencia de fuerzas externas es:

$$f_o(\vec{p}) = f_{MB}$$

pero con la fuerza externa tenemos $n = n(z) \rightarrow$ podemos pensar en una:

$$f(\vec{r},\vec{p}) = \frac{n(z)}{(2\pi mkT)^{3/2}}\, e^{-\frac{(\vec{p}-\vec{p}_o)^2}{2mkT}}$$

$$\frac{dn(z)}{dz}\cdot\frac{-\cancel{e^{-\frac{(p_z-p_{z_o})^2}{2mkT}}}}{g\cdot\cancel{(2\pi mkT)^{3/2}}} = \frac{m^2}{p}\cdot\frac{n(z)}{\cancel{(2\pi mkT)^{3/2}}}\,\cancel{e^{-\frac{(p-p_o)^2}{2mkT}}}\cdot\frac{(p-p_o)}{mkT}$$

Podemos considerar que el $p_o = 0$ si el gas no tiene movimiento traslacional como un todo

, luego.

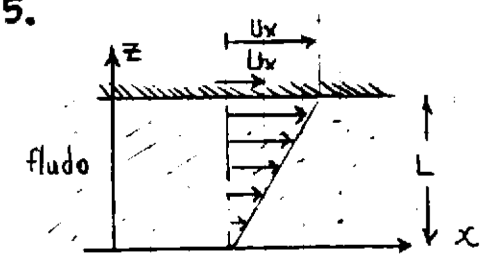
$$-\frac{dn(z)}{dz}\cdot\frac{1}{g} = \frac{n(z).m}{kT}$$

$$\int \frac{1}{n(z)}\, dn(z) = \int \frac{-gm}{kT}\, dz$$

$$\ln \frac{n(z)}{n_0} = -\frac{g.z.m}{kT}$$

$$\frac{n(z)}{n_0} = e^{-g\frac{mz}{kT}} \rightarrow \boxed{n(z) = n_0 . e^{-g.\frac{m.z}{k.T}}}$$

5.



$\eta \equiv$ coeficiente de viscosidad

Cuando se alcance un régimen estacionario va a quedar establecido un perfil lineal de velocidad. Este cumple que:

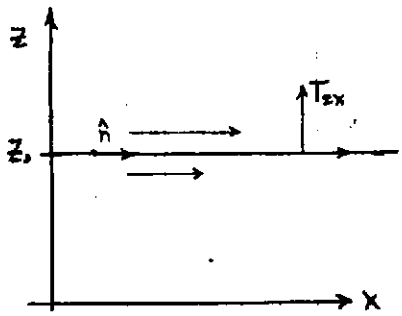
$$\hat{x})\ v(z) = \frac{U_x}{L} z$$

Analizaremos el transitorio; es decir el paso $f \rightarrow f_0(\vec{p})$

distribución de momentos

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{p_z}{m}\cdot\frac{\partial}{\partial z} + \underset{=0}{F}\cdot\frac{\partial}{\partial p_z}\right) f_0(p) \cong -f_1/\tau$$

- $\nexists\ \vec{F}^{ext}$
- hay flujo de momento no compensado



$$T_{zx} = -\eta\cdot\frac{\partial U_x}{\partial z}$$

$$[\eta] = \frac{M}{L.T}$$

$$T_{zx} = \eta\cdot\frac{\partial v_x}{\partial z}$$

tensor de esfuerzos

momento lineal

T_{ij} = flujo de p_i en un área δS_j

$$T_{ij} = m \langle [v_i - \langle v_i \rangle] v_j \rangle . n \quad ; \text{con } n = \frac{N}{V}$$

el componente ij es el flujo de momento lineal

$$\delta F_g = \overleftrightarrow{T}\cdot\hat{n}\,\delta S$$ tensor de esfuerzos

$$[T_{ij}] = \frac{M}{L.T^2}$$ Unidades de presión $\rightarrow$ $$T_{ij} = -P\,\delta_{ij} + \eta\cdot\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right)$$

\# \# \# \# \# viene del Problema 3 \# \# \# \# \# \# \#

$$\vec{p}\cdot\vec{\nabla}_x \phi(\vec{x}) + \left(\vec{\nabla}_x V(\vec{x})\right)\cdot\frac{\phi(\vec{x})\vec{p}}{kT} = 0 \rightarrow \text{reagrupando}$$

$$\vec{p}\cdot\left(\vec{\nabla}_x \phi(\vec{x}) + \frac{\vec{\nabla}_x V(\vec{x})\,\phi(\vec{x})}{kT}\right) = 0 \Rightarrow$$ considerando $V(x), \phi(x)$ se tiene

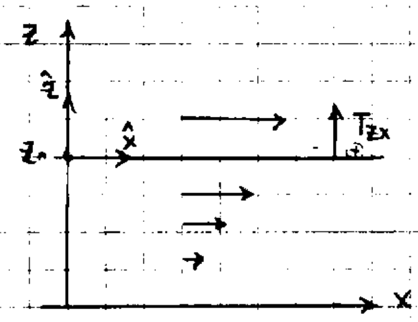
$$\frac{d\phi(x)}{dx} + \frac{dV(x)}{dx}\cdot\frac{\phi(x)}{kT} = 0$$

$$\int \frac{d\phi(x)}{\phi(x)} = -\int \frac{1}{kT}\,\frac{dV}{dx}\,.dx$$

$$\frac{\phi(x)}{\phi_0} = -\frac{V(x)}{kT} \rightarrow \phi(x) = \phi_0 . e^{-\frac{V(x)}{kT}}$$

$$\boxed{f(\vec{x},\vec{p}) = f_0(\vec{p}).e^{-\frac{V(\vec{x})}{kT}}}$$

reabsorbo la constante por allí.



La velocidad del fluido $v(z)\hat{x}$ depende de la altura z.
Existe un esfuerzo tangencial

$$\underset{\oplus \text{ sobre } \ominus}{d\vec{F}} = \overleftrightarrow{T} \cdot \hat{n}\, \delta S$$

Sea $\hat{n}$ normales según el dibujo ; entonces:

$$\delta P_z = T_{zx} + \underbrace{T_{zy} + T_{zz}}_{\text{No aportan}}$$

$$\delta P_z = \mu \frac{\partial v_x}{\partial z} = T_{zx}$$

donde es la presión de la capa superior sobre la inferior dado la normal que se ha tomado

las capas por debajo de z_0 frenarán al fluido por encima; y a su vez las capas por encima arrastrarán al fluido por debajo.

$$\Rightarrow \quad -T_{zx} = -\mu \frac{\partial v_x}{\partial z} \quad \text{en } \hat{z})$$

es el esfuerzo de la capa inferior sobre la superior, y asimismo según lo que se vio en problema 3.c.iii se tiene

$$T_{zx} \equiv \text{flujo de momento lineal } P_z \text{ en } \hat{x} \Rightarrow$$

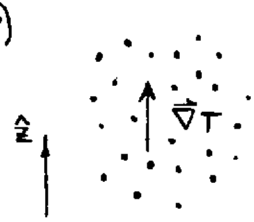
$$-T_{zx} = -\mu \frac{\partial v_x}{\partial z} = \text{flujo de momento } P_z \text{ en } -\hat{x}$$

v. media en $\hat{x}$, V medio en $\hat{z}$

$$-T_{zx} = m\langle (v_x - U_x)(v_z - U_z)\rangle n = -\mu \cdot \frac{U_x}{L}$$

$$\langle v_x v_z - U_x v_z \rangle m \cdot n = -\mu \cdot \frac{U_x}{L}$$

b)



Flujo térmico $= Q \equiv \langle (\vec{v} - \vec{v}_o) \frac{1}{2} m v^2 \rangle \cdot \hat{j}\, n$

Piden flujo térmico en la situación estacionaria $\Rightarrow$

$$Q = \langle v_z \frac{m}{2} v^2 \rangle n$$

Necesito ver cómo es la distribución de velocidades

$$\left(\cancel{\frac{\partial}{\partial t}} + \frac{\vec{P}}{m}\vec{\nabla}_r + \cancel{\vec{F}\vec{\nabla}_p}\right) f_0 = -\frac{f_1}{\tau}$$

estac. — no hay f. externas

$$\frac{P_z}{m}\frac{\partial}{\partial z} f_0 = -\frac{f_1}{\tau} \qquad f_0 = f_0(z, P_z)$$

$$f_1 = -\tau \cdot \frac{P_z}{m}\frac{\partial f_0}{\partial z} \qquad \langle \vec{p} \rangle = 0$$

$$f_1 = -\tau \cdot v_z \frac{\partial}{\partial z}\left(\underbrace{n}_{\equiv A} \cdot \underbrace{\left(\frac{m\beta}{2\pi}\right)^{3/2}}_{\equiv B} \cdot \underbrace{e^{-\frac{\beta m \vec{v}^2}{2}}}_{\equiv C} \right)$$

Pero $n = n(z)$ y $\beta = \beta(z)$ $\Rightarrow$

$$f_1 = -\tau v_z \frac{\partial}{\partial z}(A.B.C) = -\tau v_z \left[\left(\frac{\partial A}{\partial z}.B + A.\frac{\partial B}{\partial z}\right) C + A.B.\frac{\partial C}{\partial z} \right]$$

$$f_1 = -\tau v_z \frac{\partial A}{\partial z} BC - \tau v_z A \frac{\partial B}{\partial z} C - \tau v_z A.B \frac{\partial C}{\partial z}$$

$$f_1 = -\tau v_z \frac{\partial n}{\partial z} BC - \tau v_z A.\frac{3}{2}\left(\frac{m\beta}{2\pi}\right)^{3/2}\frac{1}{\beta}\frac{\partial \beta}{\partial z} C - \tau v_z A.B.e^{-\frac{\beta m \vec{v}^2}{2}} . -\frac{m\vec{v}^2}{2}\frac{\partial \beta}{\partial z}$$

, pero $\int f_1 . v_z . d^3v = 0 = \langle v_z \rangle$

$$= \int -\tau v_z^2 \frac{\partial n}{\partial z}.B.e^{-\frac{\beta m}{2}\vec{v}^2} d^3v + \int -\tau v_z^2 A.\frac{3}{2\beta}\left(\frac{m\beta}{2\pi}\right)^{3/2}\frac{\partial \beta}{\partial z}.e^{-\frac{\beta m}{2}\vec{v}^2} . d^3v$$

$$+ \int \tau v_z A.B \frac{m}{2}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)\frac{\partial \beta}{\partial z}.e^{-\frac{\beta m}{2}\vec{v}^2} d^3v$$

$$= \int -\tau v_z^2 \frac{\partial n}{\partial z}.\frac{1}{n} f_0\, d^3v + \int -\tau v_z^2 \frac{3}{2\beta}\frac{\partial \beta}{\partial z} f_0\, d^3v + \int \tau v_z \frac{m}{2}\vec{v}^2\frac{\partial \beta}{\partial z} f_0\, d^3v$$

$$\iiint \tau v_z v_x^2 \frac{m}{2}\frac{\partial \beta}{\partial z} f_0\, dv_x\, dv_y\, dv_z$$

$$= \int d^3x\, \tau \frac{\partial n}{\partial z}\frac{1}{n}\int d^3v\, v_z^2 f_0 + \int -d^3x\, \tau \frac{3}{2\beta}\frac{\partial \beta}{\partial z}\int d^3v\, v_z^2 f_0 + \int d^3x\, \tau \frac{m}{2}\frac{\partial \beta}{\partial z}\int d^3v\, v_z^3 f_0$$

$$\int d^3v\, v_z v_x^2 f_0$$

$$\int d^3v\, v_z v_y^2 f_0$$

es nula entre $\int_{-\infty}^{+\infty}$

Estas dos se hacen cero pues $\langle v_i \rangle_{f_0} = 0$

$$\frac{\partial n}{\partial z}.\frac{1}{n} = -\frac{3}{2\beta}\frac{\partial \beta}{\partial z}$$

$$\frac{\partial n}{\partial z} = -\frac{3}{2} kTn.\frac{\partial \beta}{\partial z}$$

$$\frac{\partial\beta}{\partial z} = \frac{\partial\beta}{\partial T}\cdot\frac{\partial T}{\partial z} \rightarrow \qquad \frac{\partial}{\partial T}(\beta) = \frac{\partial}{\partial T}\left([kT]^{-1}\right) = -(kT)^{-2}k = -\frac{1}{(kT)^2}k$$

$$= -\frac{1}{kT^2}$$

$$\frac{\partial\beta}{\partial z} = -\frac{1}{kT^2}\cdot\frac{\partial T}{\partial z}$$

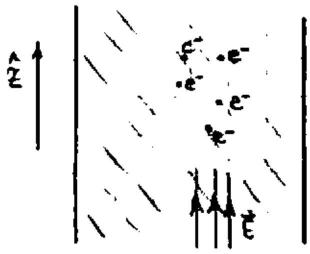
$$\frac{\partial\beta}{\partial z} = -\frac{\beta}{T}\cdot\frac{\partial T}{\partial z} \rightarrow$$

$$\frac{dn}{dz} = \frac{3}{2}k\cancel{T}n\frac{\beta}{\cancel{T}}\frac{\partial T}{\partial z}$$

$$\boxed{\frac{dn}{dz} = \frac{3}{2}\frac{n}{T}\cdot\frac{\partial T}{\partial z}}$$

6.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m}\cdot\vec{\nabla}_r + \vec{F}\cdot\vec{\nabla}_p\right) f_0 = -\frac{f_1}{\tau}$$ ← aproximación de tiempo de relajación



Modelo

$\vec{J} = \sigma . E_0 \hat{z}$ ↳ densidad de corriente

$\vec{E} = E_0\hat{z}$ $\quad \vec{F} = -e.E_0\hat{z}$

flujo de carga: $\phi_e = \langle \vec{v}.q\rangle.\hat{j}\, n$ ↳ dirección de la $\vec{J}$

$\vec{J} = \phi_e = \langle v_z . e\rangle n$, pues $\vec{v}.\hat{z} = v_z$

La densidad de corriente es el flujo de carga eléctrica

* Considero establecido el estacionario [tiempo de relajación] $\rightarrow \cancel{\frac{\partial}{\partial t}}$
* Considero que la extensión del tubo con el gas es muy grande $\rightarrow \cancel{\nabla_r}$

$$\vec{F}.\vec{\nabla}_p f_0 = -\frac{f_1}{\tau}$$

$$-e.E_0 \frac{\partial f_0}{\partial p_z} = -\frac{e.E_0}{m}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial v_z} = -\frac{f_1}{\tau} \rightarrow f_1 = \frac{\tau e E_0}{m}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial v_z}$$

$$\frac{\partial}{\partial v_z}\left(n\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m}{2kT}(v_z)^2}\right) = n\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m}{2kT}v_z^2}\cdot -\frac{m}{kT}v_z \rightarrow f_1 = \frac{\tau e E_0}{kT}(-f_0) v_z$$

tiene $\langle\vec{v}\rangle$

$$\langle v_z\rangle = \frac{\int f_1 v_z\, d^3v\, d^3x}{\int f_1\, d^3v\, d^3x} = -\frac{\tau e E_0}{kT}\,\frac{n}{N}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}\int_{\infty}^{\infty} e^{-\frac{m}{2kT}(v_z^2+v_y^2+v_x^2)} v_z^2\, d^3v\, d^3x$$

$$\langle v_z\rangle = \frac{-\tau e E_0}{\cancel{kT}}\, \cancel{n}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}\cdot\left(\frac{2kT}{m}\right)\frac{N}{N}\,\frac{\sqrt{\pi}}{2\, m^{3/2}}(2kT)^{3/2} = -\frac{\tau e E_0}{m}$$

de las Tablas

$$\boxed{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-A U^2} U^2\, du = \int_{-\infty}^{\infty} -\frac{d}{dA}\left(e^{-AU^2}\right) = -\frac{\partial}{\partial A}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-AU^2} du = -\frac{\partial}{\partial A}(\pi)^{1/2}A^{-1/2} = \frac{\sqrt{\pi}}{2A^{3/2}}}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{m v^2}{2kT}}\, dv = \sqrt{\frac{\pi\, 2kT}{m}}$$

$$\vec{J} = -\langle v_z\rangle e n\hat{z} \rightarrow \vec{J} = +\frac{\tau e^2 E_0 n}{m}\hat{z}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma = \frac{n\tau . e^2}{m}}$$

* dimensiones

$$[\sigma] = \frac{\cancel{T}^{1}}{L^{\cancel{3}} . \frac{L^2 . M}{T . C^2}} = \frac{T.C^2}{L^3 . M}$$

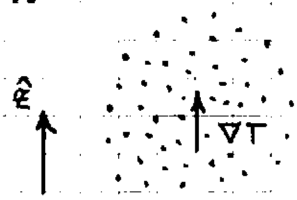
NOTA IMPORTANTE

Si no voy a la aproximación de τ ⇒

$(\vec{F}.\vec{\nabla}_p) f = 0$ ← no tiene sentido

⇒ como no tengo nada que me rompa la simetría en $\hat{z}$ y me haga $\vec{\nabla}_r \neq 0$ ⇒ hay que ir a τ. Si tengo $\vec{\nabla}_r \neq 0$ ⇒ podría poner $\left(\frac{\vec{p}}{m}\vec{\nabla}_r + \vec{F}.\vec{\nabla}_p\right) f = 0$

7.



$$f = f_0(p, z) + f_1$$

gas Maxwelliano en estacionario con gradiente de temperatura

$n \neq n(\vec{x}) \rightarrow$ homogénea

a)
$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m}\vec{\nabla}_r + \vec{F}\cdot\vec{\nabla}_p\right) f = \left.\frac{\partial f}{\partial t}\right|_{col}$$

$\downarrow$ estac. $\quad \downarrow$ F.ext. nulas

$$\frac{p_z}{m}\cdot\frac{\partial}{\partial z} f_0 = -\frac{f_1}{\tau} \qquad \text{con } f_0 = f_0(p, z)$$

$$f_1 = -\tau v_z \frac{\partial}{\partial z}(f_0)$$

$$f_1 = -\tau v_z \frac{n}{(2\pi m)^{3/2}} \cdot \frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{1}{(kT)^{3/2}} e^{-\frac{p^2}{2mkT}}\right]$$

$$f_1 = \left(-\frac{\tau v_z\, n}{(2\pi m)^{3/2}}\right)\left[\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{k^{3/2}T^{5/2}} e^{-\frac{p^2}{2mkT}}\frac{\partial T}{\partial z} + \frac{1}{(kT)^{3/2}} e^{-\frac{p^2}{2mkT}} \cdot \frac{+p^2}{2mkT^2}\frac{\partial T}{\partial z}\right]$$

$$f_1 = -\tau v_z\, f_0 \frac{\partial T}{\partial z}\left(-\frac{3}{2}\frac{1}{T} + \frac{p^2}{2mkT^2}\right)$$

$$\boxed{f_1 = \tau v_z f_0 \left[+\frac{3}{2}\frac{1}{T} - \frac{p^2}{2mkT^2}\right]\frac{\partial T}{\partial z}}$$

8. $$H = \int d^3v \; f(v,t) \ln f(v,t)$$ con $f(v,t)$ cumpliendo

$$\int f(v,t)\, d^3v = n$$

$$\int \frac{1}{2} m v^2 f(v,t)\, d^3v = E \;\rightarrow\; \int \frac{p^2}{2m} f(p,t)\, d^3p = E$$

$H = H(t)$ por ende minimizaremos con respecto al tiempo

$$\frac{dH}{dt} = \int d^3v \left[\frac{\partial f(v,t)}{\partial t} . \ln f(v,t) + \cancel{f(v,t)} \frac{1}{\cancel{f(v,t)}} \frac{\partial f(v,t)}{\partial t} \right]$$

$$= \int d^3v \; \frac{\partial f(v,t)}{\partial t} \left(1 + \ln f(v,t) \right) = 0$$

$\rightarrow$ si $\dfrac{\partial f(v,t)}{\partial t} \neq 0 \Rightarrow 1 + \ln f(v,t) = 0$ pero $f(v,t) = e^{-1}$, una constante $\therefore$ será

$\Rightarrow$ es $\dfrac{\partial f(v,t)}{\partial t} = 0 \rightarrow f = f(v)$

O, lo que es lo mismo, $f(\vec{p})$. Probemos H con la $f_0(\vec{p})$ de Maxwell-Boltzmann.

$$H = \int d^3p \; \frac{n}{(2\pi m kT)^{3/2}} . e^{-\frac{p^2}{2mkT}} . \ln \left(\frac{n}{(2\pi m kT)^{3/2}} e^{-\frac{p^2}{2mkT}} \right)$$

$$H = \int d^3p . \frac{n}{(2\pi m kT)^{3/2}} e^{-\frac{p^2}{2mkT}} \left(\ln \left[\frac{n}{(2\pi m kT)^{3/2}} \right] - \frac{p^2}{2mkT} \right)$$

$$H = \ln \left(\frac{n}{(2\pi m kT)^{3/2}} \right) \int d^3p . f(p) \; - \int d^3p . f(p) \frac{p^2}{2m} . \frac{1}{kT}$$

$$H = \ln \left[\frac{n}{(2\pi m kT)^{3/2}} \right] . n - \frac{E}{kT} = n . \ln \left[n \left(\frac{1}{2\pi m kT} \right)^{3/2} \right] - \frac{E}{kT}$$