Física Teórica 2

Segundo Cuatrimestre 2005

Práctica 8: Scattering

1. Considere un potencial de Yukawa dado por

$$V_Y(r) = V_0 \frac{e^{-\alpha r}}{r}$$

donde V_0 y α son reales, con $\alpha > 0$.

   a) Grafique V_Y en función de r y compárelo con el potencial de Coulomb $V_C(r) = \frac{V_0}{r}$. En particular, analice $r = r_0 \equiv 1/\alpha$, $r = 2r_0$ y $r = 3r_0$.

   b) Calcule la amplitud de scattering correspondiente al potencial de Yukawa en la aproximación de Born. ¿Es lícito utilizar esta aproximación para el potencial de Coulomb?

   c) Calcule la sección eficaz correspondiente al potencial de Yukawa en la aproximación de Born en función del ángulo polar e intégrela para obtener la sección eficaz total.

2. Tomando el límite $\alpha \to 0$ en los resultados del ejercicio anterior, verifique que se obtiene la fórmula de Rutherford para la sección eficaz en función del ángulo polar, pero la sección eficaz total diverge. Interprete.

3. a) Calcule el phase shift para $l = 0$ y la amplitud y sección eficaz de scattering correspondientes para un potencial central tipo esfera dura:

$$\begin{aligned} V(r) &= 0, \quad r > r_0 \\ V(r) &= \infty, \quad r < r_0 \end{aligned}$$

   b) Verifique que la sección eficaz total es aproximadamente cuatro veces mayor que la superficie aparente (de la esfera) que resultaría del cálculo clásico. Interprete.

4. Considere un potencial central dado por

$$\begin{aligned} V(r) &= 0, \quad r > r_0 \\ V(r) &= -V_0, \quad r < r_0 \end{aligned}$$

con $V_0 > 0$.

a) Escriba la ecuación radial en las regiones $r < r_0$ y $r > r_0$ para $l = 0$ y haciendo

$$\rho = \sqrt{\frac{-2mE}{\hbar^2}} \quad K = \sqrt{k_0^2 - \rho^2}$$

donde $E < 0$ y $k_0^2 = 2mV_0/\hbar^2$ muestre que

$$\begin{aligned} u_0(r) &= Ae^{-\rho r} \qquad r > r_0 \\ &= B\sin(Kr)\ r < r_0 \end{aligned}$$

son soluciones.

b) A partir de la condición de continuidad, obtenga la ecuación que determina los posibles estados ligados en función de la profundidad del pozo.

c) Haciendo

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \quad K' = \sqrt{k_0^2 + k^2}$$

con $E > 0$ muestre que

$$\begin{aligned} u_0(r) &= A\sin(kr + \delta_0)\ r > r_0 \\ &= B\sin(K'r) \qquad r < r_0 \end{aligned}$$

son ahora soluciones.

d) Haciendo $A = 1$ en el punto anterior, use la condición de continuidad para determinar B^2 y δ_0. Interprete en términos de resonancias.