Física Teórica 1
Segundo Cuatrimestre 2004

Radiación

1. *Dispersión de Thomson.*
Cuando una onda plana incide sobre un electrón libre, el electrón oscila e irradia ondas electromagnéticas, provocando una dispersión en todas direcciones de la onda original. Calcular la sección eficaz de dispersión suponiendo que la onda incidente es linealmente polarizada, que el movimiento del electrón es no-relativista, y despreciando el impulso transferido al electrón en la dirección de propagación de la onda. Resolver primero la ecuación de movimiento del electrón sometido al campo eléctrico de la onda incidente, y encontrar luego los campos de radiación debidos al movimiento del electrón. Calcular entonces la sección eficaz diferencial (por unidad de ángulo sólido) definida como:

$$\frac{d\sigma}{d-} = \frac{\text{Potencia irradiada por el electrón por unidad de ángulo sólido}}{\text{Potencia incidente por unidad de área}},$$

y la sección eficaz total, $\sigma = \int d- \, (d\sigma/d- \,)$. ¿Cómo cambian los resultados si el electrón está sujeto a un potencial armónico de frecuencia ω_0? ¿Qué pasa cerca de la resonancia?

2. Se tiene un conductor recto y delgado de longitud L alimentado por una fuente de frecuencia ω localizada en su centro. Se desprecia la resistencia. Calcular la potencia irradiada por unidad de ángulo sólido y la potencia total irradiada. Determinar en qué dirección es máxima la radiación y cómo es la polarización de la radiación en esa dirección.

3. Idem problema anterior, pero para una espira circular de radio a con corriente $I = I_0 e^{i\omega t}$.

4. Una varilla delgada de longitud $2L$ rota con velocidad angular $\omega/2$ alrededor de un eje perpendicular que pasa por su centro. En los extremos de la varilla hay dos cargas puntuales idénticas (carga e). Halle
a) el momento dipolar eléctrico;
b) el momento dipolar magnético;
c) el momento cuadripolar eléctrico;
d) la potencia total irradiada en la aproximación de onda larga.

5. Una esfera de radio a con magnetización uniforme $\vec{M}$ rota con velocidad angular constante alrededor de un eje que pasa por el centro de la esfera y forma un ángulo α con $\vec{M}$.
   a) Calcular $\vec{E}$ y $\vec{B}$, la distribución angular de potencia y la intensidad total irradiada por período.
   b) Analizar el flujo de $\vec{L}$ que se lleva el campo.
   c) A una distancia $d \gg a$ sobre el eje z se coloca un "molinito" con una paleta totalmente absorbente y otra totalmente reflejante. Calcular el torque inicial sobre el eje del "molinito". ¿Qué aproximaciones es necesario realizar (al menos 3!)?

6. Un dipolo eléctrico rota en el plano (x, y) con frecuencia ω.
   a) Calcular la componente z del momento angular del campo electromagnético que atraviesa la superficie de una esfera de radio R centrada en el dipolo, usando que

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \int (\vec{r} \times \vec{g}) R^2 d\text{-} \quad ,$$

   donde $\vec{g}$ es la densidad de momento lineal.
   b) Calcular la potencia total irradiada.
   c) Calcular el cociente entre L_z y la energía que atraviesan por unidad de tiempo la superficie, promediados sobre un período de rotación del dipolo. Discutir este resultado considerando que la radiación está compuesta por fotones de energía $\hbar\omega$.

7. Una partícula cargada efectúa un movimiento circular uniforme con frecuencia ω. Calcular $\vec{E}$, $\vec{B}$, el valor medio temporal de la distribución de potencia y la intensidad total irradiada por ciclo. Utilizar la aproximación no relativista. Analizar la polarización del campo en las distintas direcciones.

8. Una partícula de carga $-e$ y masa m gira alrededor de otra mucho más pesada de carga Ze. El radio de la órbita circular es inicialmente R.
   a) Estimar el tiempo que tarda la partícula en caer al centro de la órbita debido a la pérdida de energía por radiación.
   b) Calcular el número de vueltas que realiza antes de caer.

9. Una partícula no relativista de carga ze, masa m y energía cinética E choca con un campo de fuerzas fijo y central. La interacción es repulsiva y está descrita por un potencial $V(r)$ el cual es mayor que E a distancias cortas.
   a) Mostrar que la energía total irradiada está dada aproximadamente por

$$\Delta W = \frac{4}{3}\frac{z^2e^2}{3m^2c^3}\sqrt{\frac{m}{2}}\int_{r_{\min}}^{\infty}\left|\frac{dV}{dr}\right|^2\frac{dr}{\sqrt{V(r_{\min})-V(r)}}\ ,$$

donde $r_{\min}$ es la menor distancia de máximo acercamiento en el choque.

b) Mostrar que para una interacción coulumbiana $V(r) = zZe^2/r$ la energía total irradiada es

$$\Delta W = \frac{8}{45}\frac{z\,m\,v_0^5}{Z\,c^3}\ ,$$

donde v_0 es la velocidad de la carga en el infinito.

10. Una carga q realiza un movimiento armónico sobre el eje z descrito por $z(t') = a\ \cos\omega_0 t'$.

a) Mostrar que la potencia instantánea irradiada por unidad de ángulo sólido es

$$\frac{dP(t')}{d\text{-}} = \frac{e^2c\,\beta^4}{4\pi a^2}\frac{\sin^2\theta\ \cos^2\omega_0 t'}{(1+\beta\cos\theta\sin\omega_0 t')^5}\ ,$$

donde $\beta = a\,\omega_0/c$.

b) Promediando temporalmente mostrar que

$$\frac{dP}{d\text{-}} = \frac{e^2c\,\beta^4}{32\pi a^2}\frac{4+\beta^2\sin^2\theta}{(1-\beta^2\cos^2\theta)^{7/2}}\ \sin^2\theta\ ,$$

c) Compare las distribuciones angulares para los casos no relativista y relativista.

11. *Radiación Cerenkov.*

a) Demostrar que la onda de choque electromagnética emitida por un electrón que se mueve a velocidad v mayor que la velocidad de la luz en un medio con índice de refracción n ($v > c/n$) se concentra formando un ángulo θ_c respecto a la dirección de movimiento de la partícula, con

$$\cos\theta_c = \frac{c}{nv}$$

b) Comprobar que un espejo esférico de radio de curvatura R focaliza la onda de choque en un anillo en el plano focal del espejo. Encontrar el radio de dicho anillo.