FISICA TEORICA 1 - 2do. c. 2004

Ondas Planas.

I. Problemas

1. Sobre una superficie vidrio-vacío incide desde el vidrio (índice n) una onda plana linealmente polarizada con polarización TM, con un ángulo mayor que el ángulo límite.
a. Mostrar que en la zona de vacío, no hay flujo de vector de Poynting en la dirección normal a la superficie.
b. Si la onda en la situación anterior incidiera además con el ángulo de Brewster, no habría onda reflejada (desaparece la onda!!): es esto posible? Justificar.

2. Sobre la superficie de separación de dos medios transparentes incide luz linealmente polarizada que no es ni TE ni TM. El ángulo de incidencia es mayor que el límite. Demostrar que la luz reflejada está elípticamente polarizada, y encontrar el desfasaje entre ambas componentes (TE y TM).

3. Una lámina dieléctrica de constante ϵ_2 y espesor d separa a dos medios de constantes ϵ_1 y ϵ_3, respectivamente (La permeabilidad magnética de los tres medios es igual a 1).
a. Obtenga qué condiciones deben cumplir d, ϵ_1, ϵ_2 y ϵ_3 para que no haya onda reflejada en el medio 1.
b. Calcule el vector de Poynting de la onda incidente y de la transmitida.

4. Encuentre la relación entre la energí a asociada al campo eléctrico y magnético en una onda plana que se propaga en un medio conductor lineal, isótropo y homogéneo. Halle las expresiones límite para:
a. Un mal conductor (dieléctrico).
b. Un buen conductor.

5. Demostrar que una onda plana que incide sobre la superficie de separación de dos dieléctricos, ejerce una presión de radiación:

$$p_{rad} = \frac{1}{8\pi}\Big(\epsilon_1(|E_{inc}|^2 + |E_{ref}|^2)\cos^2(\theta_{inc}) - \epsilon_2|E_{trans}|^2\cos^2(\theta_{trans})\Big),$$

donde ϵ_1 y μ_1 son las constantes del medio de incidencia, y ϵ_2 y μ_2 son las constantes del medio refractante.

Sugerencias: Plantear la conservación del impulso lineal en términos de promedios temporales. Para ello, es útil usar (y demostrar) que si dos campos vectoriales $A(\vec{x},t)$ y $B(\vec{x},t)$ son armónicos, el promedio temporal de su producto escalar es:

$$< Re\vec{A}.Re\vec{B} >= \frac{1}{2}Re(\vec{A}.\vec{B}^*).$$

Por otro lado, como la presión de radiación no depende de la polarización de la onda incidente (¿por qué?), puede hacerse el cálculo eligiendo polarización TE o TM.

6. *a.* Hallar la presión de radiación producida por una onda plana que incide con un ángulo θ sobre un espejo perfecto.
b. Demostrar que si $\theta = 0$ esta presión de radiación es igual a la densidad de energía electromagnética en las vecindades del espejo.

c. Demostrar que la densidad de energía y la presión son también iguales en el caso que la onda incide normalmente sobre una superficie totalmente absorbente.

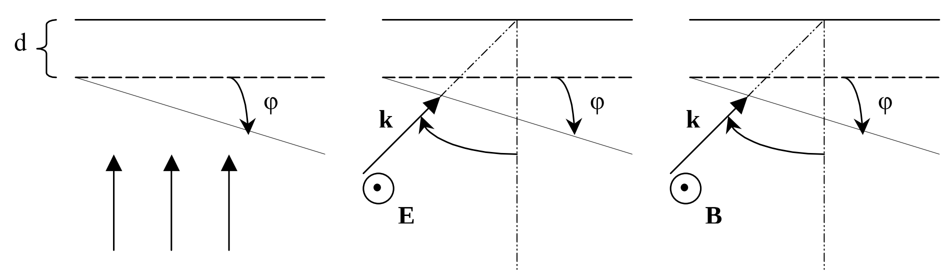
7. *Análisis de las experiencias de Wiener:* En 1890, Wiener realizó tres experiencias para demostrar la existencia de ondas electromagnéticas estacionarias y comprobar cuál de los dos campos (eléctrico o magnético) es el vector óptico (es decir, el causante de la sensación luminosa). Dichas experiencias consistieron en:

1) Hacer incidir una onda plana plano polarizada normalmente sobre un espejo perfecto.

2) Hacer incidir una onda plana TE sobre un espejo perfecto con un ángulo de incidencia de 45^0.

3) Idem que el anterior, pero TM.

En cada caso Wiener interpuso una película fotográfica muy delgada en la posición indicada en la figura:



Los resultados obtenidos por Wiener pueden resuumirse como sigue:

I) en las experiencias 1) y 2) aparecen franjas oscuras y claras alternadas en la película (oscura donde hay impresión luminosa, ya que la película es un negativo). En particular, si el film se coloca sobre el espejo ($\phi = 0,\ d = 0$), permanece claro sin registrar impresión.

II) En la experiencia 3), no se observan franjas en absoluto.

Para cada uno de los casos 1), 2) y 3), calcular:
a. Los campos eléctrico y magnético en todo punto del espacio.
b. El vector de Poynting y su valor medio temporal.
c. La densidad de energía eléctrica y su valor medio temporal.
d. La densidad de energía magnética y su valor medio temporal.

En función de estos resultados y las conclusiones experimentales I) y II), determinar:

e. ¿Cuál es el vector óptico?

f. El espaciamiento entre dos franjas oscuras de la película en función del ángulo ϕ y la distancia d para cada experimento.

(Para más detalles, ver: Longhurst, *Geometrical and Physical Optics*, Longman, 21-10.)

8. *Rotación de Faraday:* Un "plasma tenue" consiste en n cargas eléctricas libres por unidad de volumen, de masa m y carga e. Si se hacen incidir ondas electromagnéticas planas en el plasma, asumiendo que la densidad es uniforme y que las interacciones entre las cargas pueden despreciarse:

a. Encontrar la conductividad σ en función de ω.

b. Hallar la relación de dispersión (es decir, la relación entre k y ω).

c. Calcular el índice de refracción en función de ω. ¿Qué sucede si $\omega < \omega_p$? (ω_p es la frecuencia de plasma, definida por $\omega_p^2 \equiv 4\pi n e^2/m$).

d. Supongamos ahora el mismo escenario en presencia de un campo magnético externo $\vec{B}_{ext}$. Considerando ondas planas que se propagan en dirección paralela a $\vec{B}_{ext}$, mostrar que el índice de refracción es diferente para ondas polarizadas circularmente en dirección izquierda y derecha (asumir que el campo magnético de la onda plana es despreciable frente a $\vec{B}_{ext}$).

e. Concluir del punto anterior que el plano de polarización de una onda plana linealmente polarizada propagándose en dirección paralela al campo magnético externo, rota en un ángulo proporcional a la distancia que viaja la onda. Calcular la constante de proporcionalidad.

9*. Estudie la propagación de un pulso en un medio dispersivo. Suponga que en el instante $t = 0$ se tiene un pulso oscilatorio modulado por una gaussiana :

$$u(x,0) = \exp\left(\frac{-x^2}{2L^2}\right)\cos k_0 x$$

Para facilitar los cálculos, suponga que la derivada parcial de $u(x,t)$ respecto de t, en $t = 0$, es cero (interprete qué quiere decir físicamente esta suposición).

Halle la amplitud $u(x,t)$ en todo instante. En particular, determinar la ubicación del centro del paquete y su semiancho.

Encuentre la velocidad con la que se desplaza el centro del paquete. Considere medios con los cuales:

i) $\omega(k)$ es una función lineal. Demuestre que en este caso no hay dispersión.

ii) $\omega(k)$ es una función cuadrática. Demuestre que en este caso hay dispersión.

II. Preguntas Molestas

1. ¿En qué situaciones no son válidas las relaciones de Fresnel entre amplitudes incidente, reflejada y transmitida?

2. Desde el punto de vista cuántico, la presión de radiación se calcula teniendo en cuenta el impulso lineal transportado por los fotones. Con esto en mente, ¿qué sugieren los resultados de los problemas sobre la relación entre la energía y el impulso de un fotón?

3. Las ondas electromagnéticas que se propagan en un medio de índice de refracción inhomogéneo, son transversales?