ELECTROSTÁTICA

- campo $\vec{E}$

$$\vec{E}(\vec{x}) = \int_{V'} \frac{\rho(\vec{x}')(\vec{x}-\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|^3}\, dV'$$

$$\vec{F} = \int_{V'} \rho(\vec{x}')\, E(\vec{x},\vec{x}')\, dV'$$

fuerza sobre una distribución

$$\boxed{\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = 4\pi\, Q_n}$$

LEY de GAUSS

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{\nabla}\cdot\vec{E} &= 4\pi\rho \\ \vec{\nabla}\times\vec{E} &= 0 \end{aligned}}$$

Maxwell estáticas

$$\boxed{\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi}$$

$\nabla^2\varphi = -4\pi\rho$ Poisson

$\nabla^2\varphi = 0$ Laplace

Potencial escalar

$$\boxed{\varphi(\vec{x}) = \int_{V'} \frac{\rho(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\, dV'}$$

$$\boxed{\oint_\Gamma \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = 0}$$

MAGNETOSTÁTICA

- campo $\vec{B}$ (todo con $\vec{\nabla}\cdot\vec{J}=0$)

$$\vec{B}(\vec{x}) = \frac{1}{c}\int_{V'} \frac{\vec{J}(\vec{x}')\times(\vec{x}-\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|^3}\, dV'$$

(Biot & Savart)

$$\vec{F} = \frac{1}{c}\int_{V'} \vec{J}(\vec{x}')\times \vec{B}(\vec{x},\vec{x}')\, dV'$$

fuerza sobre una distribución

$$\boxed{\oint_\Gamma \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \frac{4\pi}{c} I_c}$$

LEY de Ampere

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{\nabla}\cdot\vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla}\times\vec{B} &= \frac{4\pi}{c}\vec{J} \end{aligned}}$$

$$\boxed{\vec{B} = \vec{\nabla}\times\vec{A}}$$

$$-\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\vec{A}) + \nabla^2\vec{A} = -\frac{4\pi}{c}\vec{J}$$

Potencial Vector

$$\boxed{\vec{A}(\vec{x}) = \frac{1}{c}\int_{V} \frac{\vec{J}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\, dV}$$

Gauge $\quad \vec{\nabla}\cdot\vec{A} = \begin{cases} 0 & \text{Culomb} \\ -\dfrac{\partial\phi}{\partial t}\dfrac{1}{c} & \text{Lorentz} \end{cases}$

$$\boxed{\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0}$$

Ecuaciones de Maxwell

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{\nabla}\cdot\vec{D} &= 4\pi\rho_L \\ \vec{\nabla}\times\vec{E} &= -\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \end{aligned}} \quad \boxed{\begin{aligned} \vec{\nabla}\cdot\vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla}\times\vec{H} &= \frac{4\pi}{c}\vec{J}_L + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \end{aligned}}$$

$$\boxed{F = q\left(\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c}\times\vec{B}\right)}$$

fuerza de Lorentz

$$\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{J} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0}$$ [Experimental]

Ecuación de continuidad

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{J} + \frac{\vec{\nabla}}{4\pi}\cdot\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} = 0$$

$$\vec{\nabla}\cdot\left(\vec{J} + \frac{1}{4\pi}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right) = \vec{\nabla}\cdot\vec{J}'$$

$\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \equiv$ Corriente de desplazamiento

Maxwell (1865)

$$\boxed{\vec{\nabla}\times\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{J}_L + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{\nabla}\cdot\vec{E} &= 4\pi\rho \\ \vec{\nabla}\times\vec{B} &= \frac{4\pi}{c}\vec{J} + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \end{aligned}}$$

MEDIOS MATERIALES

$$\boxed{\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P}}$$

$$\boxed{\vec{P} = \chi_e\vec{E}} \leftarrow \text{ML (Medio lineal)}$$

$$\vec{D} = \vec{E}(1+\chi_e) = \vec{E}.\varepsilon$$

susceptibilidad eléctrica · permitividad eléctrica

- Medio no lineal (Electrete)

$$\vec{P} \neq \chi_e\vec{E} \Rightarrow \vec{D} \neq \varepsilon\vec{E}$$

$$\boxed{\vec{H} = \vec{B} - 4\pi\vec{M}}$$

$$\boxed{\vec{M} = \chi_m\vec{H}} \leftarrow \text{ML (Medio lineal)}$$

$$\vec{B} = \vec{H}(1+\chi_M) = \vec{H}\mu$$

susceptibilidad magnética · permeabilidad magnética

- Medio No lineal (Imán permanente)

$$\vec{M} \neq \chi_M\vec{H} \Rightarrow \vec{B} \neq \mu\vec{H}$$

la relación entre $\vec{B}, \vec{H}$ depende de la historia del medio

ELECTRODINÁMICA

fem $\quad \boxed{\mathcal{E} = -\frac{1}{c}\frac{d}{dt}\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}}$ [Ley de Faraday]

$$\boxed{\mathcal{E} = \oint_\Gamma \vec{E}'\cdot d\vec{\ell} = -\frac{1}{c}\oint_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}}$$

campo medido donde Γ está en reposo

con $\vec{E}' = \vec{E} - \frac{\vec{v}}{c}\times\vec{B}$

campo medido en el laboratorio

[$\vec{E}'$ es irrotacional y por ende no conservativo]

$$\boxed{\vec{\nabla}\times\vec{E}' = -\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}}$$

$$\boxed{\vec{E}' = -\vec{\nabla}\phi - \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}}$$

$\phi \equiv$ potencial E.M. generalizado

$$\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{A} + \frac{1}{c}\frac{\partial\phi}{\partial t} = 0}$$ Gauge de Lorentz

$$\boxed{\begin{aligned} \nabla^2\vec{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} &= -\frac{4\pi}{c}\vec{J} \\ \nabla^2\phi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} &= -4\pi\rho \end{aligned}}$$

- Cambio de Gauge

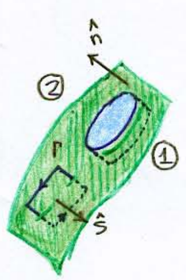
$$\boxed{\begin{aligned} \vec{A}' &= \vec{A} + \vec{\nabla}\Lambda \\ \phi' &= \phi - \frac{1}{c}\frac{\partial\Lambda}{\partial t} \end{aligned}}$$

$$\boxed{\nabla^2\Lambda - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\Lambda}{\partial t^2} = 0}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A}' + \frac{1}{c}\frac{\partial\phi'}{\partial t} = 0$$

condiciones de contorno

$$\boxed{\begin{aligned} (\vec{D}_2-\vec{D}_1)\cdot\hat{n} &= 4\pi\sigma_L \\ \hat{n}\times(\vec{E}_2-\vec{E}_1) &= 0 \end{aligned}} \quad \boxed{\begin{aligned} (\vec{B}_2-\vec{B}_1)\cdot\hat{n} &= 0 \\ \hat{n}\times(\vec{H}_2-\vec{H}_1) &= \frac{4\pi}{c}\vec{g}_L \end{aligned}}$$



- Desarrollo Multipolar de una distribución $\rho(\vec{x}')$

$$\boxed{\varphi(\vec{x}) = \frac{Q}{|\vec{x}|} + \frac{\vec{x}\cdot\vec{P}}{|\vec{x}|^3} + \frac{1}{2}\frac{\vec{x}^t\,\bar{\bar{Q}}\,\vec{x}}{|\vec{x}|^5}}$$ [centrada en el origen]

$Q = \int \rho(\vec{x}')\, dV'$ carga (momento monopolar)

$\boxed{\vec{P} = \int_{V'} \rho(\vec{x}')\, \vec{x}'\, dV'}$ momento dipolar eléctrico

$Q_{ij} = \int_{V'} \rho(\vec{x}')\,[3x_i'x_j' - \delta_{ij}|\vec{x}'|^2]\, dV'$ momento cuadrupolar

$\varphi(\vec{x}) = \frac{\vec{P}\cdot(\vec{x}-\vec{x}_0)}{|\vec{x}-\vec{x}_0|^3}$ Potencial de un dipolo

$\vec{E}(\vec{x}) = \frac{3(\vec{p}\cdot\hat{n})\hat{n} - \vec{P}}{|\vec{x}-\vec{x}_0|^3}$ Campo de un dipolo

Dipolo puntual

q = carga en V.A.

d = distancia

$$\vec{P} = \lim_{\substack{q\to\infty \\ d\to 0}} q\cdot\vec{d}$$

$\hat{n} = \frac{\vec{x}-\vec{x}_0}{|\vec{x}-\vec{x}_0|}$

$\vec{D} \equiv$ Momento dipolar por área

$\vec{P} \equiv$ Momento dipolar por volumen [Polarización]

$$\phi(\vec{x}) = \int_{S'} \frac{\vec{D}(\vec{x}')\cdot(\vec{x}-\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|^3}\, dS'$$

$$\phi(\vec{x}) = \int_{V'} \frac{\vec{P}(\vec{x}')\cdot(\vec{x}-\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|^3}\, dV'$$

$$\phi(\vec{x}) = -\int_{V'} \frac{\vec{\nabla}\cdot\vec{P}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\, dV' + \oint_{\partial V = S'} \frac{\vec{P}(\vec{x}')\cdot d\vec{S}'}{|\vec{x}-\vec{x}'|}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{P}\cdot\hat{n} &\equiv \sigma_P \\ \vec{\nabla}\cdot\vec{P} &\equiv -\rho_P \end{aligned}}$$

Se pueden pensar como densidades de polarización

- Desarrollo Multipolar de una distribución $\vec{J}(\vec{x}')$

$$\boxed{\vec{A}(\vec{x}) = \frac{\vec{m}\times\vec{x}}{|\vec{x}|^3}}$$ [centrada en el origen]

$$\boxed{\vec{m} = \frac{1}{2c}\int_{V'} (\vec{x}'\times\vec{J}(\vec{x}'))\, dV'}$$ momento dipolar magnético

A orden 1 toda distribución es como un dipolo magnético

$\vec{A}(\vec{x}) = \frac{\vec{m}\times(\vec{x}-\vec{x}_0)}{|\vec{x}-\vec{x}_0|^3}$ Potencial vector de un dipolo

$\vec{B}(\vec{x}) = \frac{3(\vec{m}\cdot\hat{n})\hat{n} - \vec{m}}{|\vec{x}-\vec{x}_0|^3}$ Campo de un dipolo

$\vec{M} \equiv$ Momento dipolar magnético por volumen [Magnetización]

$$\vec{A}(\vec{x}) = \int_{V'} \frac{\vec{M}(\vec{x}')\times(\vec{x}-\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|^3}\, dV'$$

$$\vec{A}(\vec{x}) = \int_{V'} \frac{\vec{\nabla}\times\vec{M}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\, dV' + \oint_{S'} \frac{\vec{M}(\vec{x}')\times d\vec{S}'}{|\vec{x}-\vec{x}'|}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{M}\times\hat{n} &= \frac{1}{c}\vec{g}_m \\ \vec{\nabla}\times\vec{M} &= \frac{1}{c}\vec{J}_m \end{aligned}}$$

Se pueden pensar como corrientes de magnetización

Por E.Levia