

Oscilador Armónico

Grupo 6: Ramiro Rivera – Edmundo Lavia- Víctor Ferrazzano
Cátedra de Laboratorio I, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, U. B. A., Argentina

Resumen

Este trabajo pretende comprobar ciertas características de un oscilador armónico especial que empleaba resortes enfocándonos en la medición de las constantes de los resortes y del período de oscilación del mismo. Primeramente se enfocó del punto de vista ideal para luego introducir los efectos del rozamiento del sistema con el medio e intentar determinar su cuantía aproximada.

1. Introducción Teórica

El oscilador armónico es un nombre general utilizado para describir un sistema con la propiedad de que su movimiento es de ida y vuelta sobre una misma trayectoria y se repite a intervalos de tiempo iguales - es decir, que son periódicos-. Las ecuaciones asociadas con la resolución de este tipo de sistemas aparecen en un sinnúmero de ejemplos en el estudio de la Física, razón por la cual son tan importantes.

Un caso muy sencillo de oscilador armónico es el de un resorte suspendido en posición vertical del cual pende un cuerpo de cierta masa -cuerpo que consideramos como una partícula puntual para el estudio-. El experimento que nos ocupó en esta ocasión incluyó la construcción de un sistema oscilador armónico (ilustrado en la figura 1) constituido por dos resortes R_1 y R_2 unidos por un extremo a sendos puntos fijos (separados una distancia d) sobre una rampa y por el otro a los bordes de un carro (de masa M), en posición central -de equilibrio-, que puede deslizarse sobre la misma. Para hacer más interesante la disposición también incorporamos una masa (m en la figura) que, a través de un hilo inextensible, desplazaba la posición de equilibrio del carro en el sistema.

Apartando una cierta distancia el carro de la posición de equilibrio (P_e en la figura 1) y soltándolo luego comienza el movimiento oscilatorio generado por las fuerzas restitutivas de los resortes.

Aplicando la segunda ley de Newton ($F=m.a$) al dispositivo así constituido llegamos a la siguiente ecuación diferencial que rige la evolución temporal de la coordenada x del carro:

$$(d^2x/dt^2) + (k_1+k_2).x/(m+M) + m.g/(m+M) = 0$$

[1]

donde k_1 y k_2 son las constantes de los resortes (de unidades N/m) que representan la fuerza que entrega el resorte en cuestión por cada metro que se comprime o estira. La solución de la ecuación [1], que nos entrega la posición de la partícula que oscila en el tiempo es:

$$x = A. \text{Cos} (\omega.t + \varphi) + m.g/(m + M) \quad [2]$$

donde el origen de coordenadas esta en la posición de equilibrio del cuerpo. Si graficásemos esta función de posición obtendríamos una curva de tipo senoidal con una amplitud máxima dada por A , que se obtiene precisamente cuando $\text{cos} (\omega.t + \varphi) = 1$. Más detalles sobre la resolución analítica

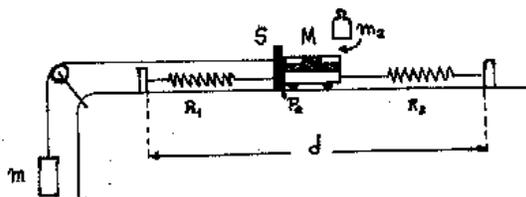


Figura 1 Montaje experimental del oscilador armónico

de ecuaciones diferenciales de movimientos armónicos pueden hallarse en las referencias 1 y 2 -a un nivel inicial- y en la referencia 3 a un nivel más avanzado (ver sección referencias).

En la ecuación [2] la constante A es la amplitud del movimiento (es decir, el desplazamiento máximo medido desde la

posición de equilibrio); la cantidad ω es la frecuencia angular y el ϕ es la constante de fase que determina en qué posición comienza el movimiento en el instante $t = 0$. Finalmente el término constante $[m.g/(m+M)]$ proviene de la masa que pende del hilo y que provoca un desplazamiento de la posición de equilibrio.

En este caso la frecuencia angular ω cumple además la condición:

$$\omega^2 = (k_1+k_2)/(m+M) \quad [3]$$

Otras expresiones derivadas de análisis semejantes son las del período (T) y la frecuencia (f) que resultan:

$$T = 2.\pi / \omega \quad [4]$$

$$f = 1/T = \omega/2.\pi \quad [5]$$

De la ecuación [4] y [5] se deduce que el período y también la frecuencia no se ven afectados por la amplitud del movimiento.

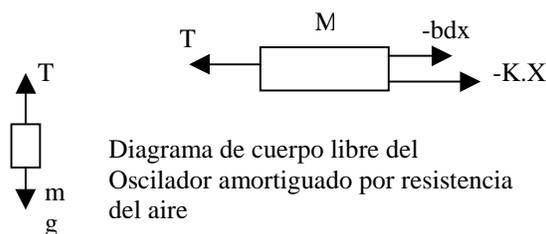
Los resultados teóricos obtenidos son válidos para situaciones ideales donde no existe la fricción ni los rozamientos. Como es sabido ese no es el caso para nuestro planeta: las cosas puestas en movimiento y abandonadas a su suerte por lo general terminan deteniéndose. Citamos como ejemplo nuestro experimento, donde luego de que el carro cumple cierta cantidad de oscilaciones termina por detenerse.

Este es un caso particular de lo que se denomina un movimiento amortiguado. Luego haremos un estudio más concienzudo de la amortiguación y los rozamientos en nuestro oscilador armónico y se intentarán deducir las constantes que lo caracterizan.

El amortiguamiento aquí proviene de la resistencia del medio en el cual se mueve el cuerpo que oscila, en este caso el aire, y del rozamiento de la rampa con las ruedas del carro (fricción por rodadura).

El primer factor está representado por una fuerza viscosa que resulta ser del tipo:

$$F_v = b.(dx/dt) \quad [6]$$



donde b es un coeficiente de viscosidad que depende del medio en el que se mueve el cuerpo y de la forma del mismo. Este coeficiente se asocia con la velocidad (la primera derivada temporal de la posición) porque a mayor velocidad la resistencia del medio es mayor.

El segundo factor está representado por la rodadura del carro sobre la rampa. Esto provoca una fuerza de rozamiento de magnitud:

$$F_r = \mu_r . N \quad [7]$$

Donde N es la normal del cuerpo que rueda y el **coeficiente de fricción por rodamiento** μ_r -la fuerza horizontal necesaria para lograr una rapidez constante sobre una superficie plana, dividida entre la fuerza normal ejercida por la superficie- es un coeficiente que depende del material de las ruedas y de la superficie donde se mueva.. En nuestro caso este valor es bajo por ser las ruedas de plástico rígido y la rampa metálica -diseñados ambos para minimizar el rozamiento-. Según los ingenieros de transporte (ver referencia 1) valores para μ_r bajo condiciones similares a las nuestras oscilan entre 0,0001 y 0,0003, razón por la cual la cuantía de esta fuerza de rozamiento es demasiado pequeña como para ser detectada con el montaje experimental seleccionado. Por ello no nos ocuparemos de intentar extraer alguna conclusión de esta fuerza con los valores tomados.

Dado que el rozamiento no altera el período del movimiento oscilatorio, podemos encontrar importantes aplicaciones en los péndulos. En ellos, el período y la frecuencia no dependen de la amplitud, entonces cuando estén presentes fuerzas amortiguadoras, la amplitud de la oscilación disminuye con el tiempo pero la exactitud del reloj casi no se altera. Esta propiedad le otorga al péndulo importantes aplicaciones como instrumento para medir el paso del tiempo.

Incorporando estos factores en los cálculos resulta la siguiente ecuación diferencial:

$$(d^2x/dt^2) + b.(dx/dt)/(m+M) + (k_1+k_2).x/(m+M) = -m.g/(m+M) - \mu_r.N/(m+M) \quad [8]$$

La resolución de esta ecuación, que no vamos a desarrollar paso a paso por escapar del objetivo esencial del trabajo, entrega la siguiente función de posición:

$$x = A.e^{(-\beta.t)}. \cos (\omega'.t + \phi) + C \quad [9]$$

donde:

$$C = -m \cdot g / (k_1 + k_2) - \mu_r \cdot N / (k_1 + k_2)$$
$$\beta = b / 2 \cdot (m + M)$$
$$\omega' = [(k_1 + k_2) / (m + M) - b^2 / 4 \cdot (m + M)^2]^{1/2}$$

Esta forma de solución de la ecuación de ω' es válida para constantes b de amortiguamiento que sean lo suficientemente pequeñas, de modo que la cantidad en el radical de la ecuación sea positiva.

Existen dos características notables de esta solución. Primeramente, cuando está presente la fricción la frecuencia es más pequeña y el periodo más largo. Como cabe esperar, la fricción retarda el movimiento. Si no hubiese fricción presente, b sería igual a cero y ω' sería igual a ω , que es la frecuencia angular del movimiento no amortiguado. Y segundo, cuando la fricción está presente, ω' es ligeramente menor que ω .

Si el valor de b se hace tan grande que anula el valor del radical de la ecuación, la condición se denomina **amortiguación crítica**. El sistema ya no oscila, sino que vuelve a su posición de equilibrio sin oscilar cuando se le desplaza y suelta.

Si b es tal que hace negativo el radical, la condición se denomina **sobreamortiguación**. Aquí tampoco hay oscilación, pero el sistema vuelve al equilibrio más lentamente que con amortiguación crítica.

Si el valor de b es tal que hace positivo el radical, la condición se denomina **subamortiguación** y el sistema oscila con una amplitud constantemente decreciente.

Si graficamos [9] tendremos una curva de forma senoidal cuya amplitud decrece por la presencia de la función exponencial $e^{-(\beta \cdot t)}$ - curva de movimiento armónico amortiguado- lo cual se traduce en que las oscilaciones, cuando el tiempo es grande, tienden a separarse muy poco del punto de equilibrio: es decir que se reducen hasta detenerse.

En una cuerda de guitarra que vibra, normalmente queremos la mínima amortiguación posible. En cambio, la amortiguación es deseable en las oscilaciones de la suspensión de un automóvil. Los amortiguadores proveen una fuerza amortiguadora dependiente de la velocidad, para que, cuando el coche pasa por un bache, no siga rebotando eternamente. Para optimizar la comodidad de los pasajeros, el sistema debe estar críticamente amortiguado o un poco subamortiguado. Al hacerse viejos

los amortiguadores, el valor de b disminuye y el rebote persiste más tiempo. Demasiada amortiguación sería contraproducente: la suspensión volverá al equilibrio más lentamente y si por ejemplo golpeamos un segundo bache justo después del primero, los resortes de la suspensión todavía estarán comprimidos un poco por el primer golpe y no podrán absorber plenamente el impacto.

2. Procedimientos

La toma de datos se orientó a dos aspectos del oscilador armónico; las constantes de los resortes y el periodo de oscilación del mismo.

En primer lugar se busca determinar la constante elástica k de los resortes. Con ese objetivo se diseñó el montaje mostrado esquemáticamente en la figura 2.

La fuerza elástica de un resorte se expresa como $F = -k \cdot x$ (según la ley de Robert Hooke) lo cual significa que una fuerza F provocará en el resorte un estiramiento o compresión de magnitud Δx (longitud del resorte estirado $[x]$ menos su longitud natural $[L_0]$) dada por la constante k . Entonces k es la pendiente del gráfico que relaciona la fuerza con el desplazamiento conseguido.

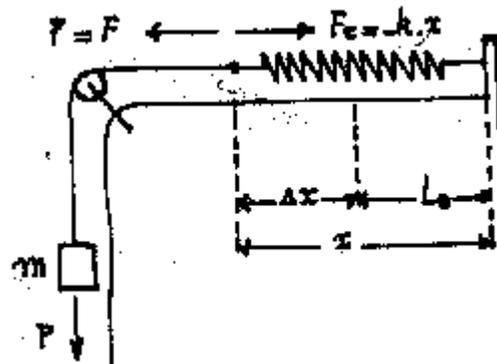


Figura 2 Dispositivo para la medición de la k de los resortes

En nuestro montaje (figura 2) la fuerza que realizará el estiramiento a medir es la que proviene del peso P de la masa m . Dicha fuerza va a resultar de igual intensidad pero diferente sentido que la fuerza elástica debido a que cuando el resorte alcanza un estiramiento tal que queda en reposo (aceleración cero) ambas fuerzas deben ser iguales en módulo.

Para cada resorte se realizaron cinco mediciones con ciertas masas m variables y se registraron los desplazamientos conseguidos -mediante una regla milimetrada

Disposición	Masa m [Kg]	Masa m ₂ [Kg]	Amplitud inicial [m]
D.1	-	-	0,200 ± 0,001
D.2	0,06015 ± 0,00001	-	0,200 ± 0,001
D.3	0,07510 ± 0,00001	-	0,200 ± 0,001
D.4	-	-	0,100 ± 0,001
D.5	0,07510 ± 0,00001	-	0,100 ± 0,001
D.6	-	0,50161 ± 0,00001	0,200 ± 0,001

Tabla I Diferentes disposiciones experimentales utilizadas para la medición.

impresa en la rampa-. Luego con los datos de esos cinco puntos se aplicó el método de cuadrados mínimos para encontrar la mejor recta y por ende la pendiente de k que mejor ajusta a los datos.

En segundo lugar se buscó determinar el período de oscilación del sistema para diferentes casos. El montaje básico es, como ya mencionáramos, el de la figura 1. Para medir el período se procedió a apartar el carro de la posición de equilibrio y soltarlo de una distancia dada (que es la amplitud inicial del movimiento, llamémosla A₀). Al pasar a través del sensor S se tomaba la interrupción del haz luminoso de dicho sensor por una rejilla colocada sobre el carro. Esto nos proporcionaba el instante del paso del carro por esa posición. Luego el período se mide como el intervalo de tiempo transcurrido entre dos interrupciones del haz con el carro circulando en un mismo sentido, lo que corresponde a una oscilación completa (ida y vuelta).

Se realizó la medición del período bajo seis disposiciones diferentes, entendiendo por disposición a la combinación de masa que pende del hilo (m), masa de contrapeso que puede ser colocada sobre el carro (m₂) para incrementar su masa M y amplitud inicial (A₀) que podía darse en el sistema. Las disposiciones figuran en tabla I.

Bajo cada una de estas disposiciones se puso a oscilar el carro registrando el período de las primeras cinco oscilaciones completas, lo cual repetimos en cinco series, totalizando 25 mediciones de período por disposición.

La toma de datos se realizó con un sensor PhotoGate conectado a un ordenador PC que operaba con el software MPLI (Multi Purpose Lab Interface). Se escogió una frecuencia de muestreo de 500 Hz, que se mantuvo para las ocho disposiciones y un tiempo de medición de 20 segundos.

3. Resultados y Análisis

Comenzaremos presentando los resultados obtenidos para las mediciones de las constantes de los resortes.

Para el resorte 1 la tabla II presenta los valores obtenidos. En dicha tabla se indican la fuerza aplicada (el peso de la masa que se utilizó) y el desplazamiento conseguido.

Aplicando cuadrados mínimos, cortesía del software Origin (de análisis de datos), obtenemos la siguiente recta:

$$Y = 2,99 \cdot x - 0,18$$

Desplaz. [m]	Fuerza [N]
0,356 ± 0.001	0,884 ± 0.001
0,406 ± 0.001	1,030 ± 0.001
0,486 ± 0.001	1,278 ± 0.001
0,568 ± 0.001	1,520 ± 0.001
0,634 ± 0.001	1,716 ± 0.001
0,733 ± 0.001	2,010 ± 0.001

Tabla II. Resultados de la medición de la constante k del resorte 1.

donde la pendiente es la k buscada y vale (2.99 ± 0.01) N/m.

Para el resorte 2 la tabla III, de similares características, presenta las mediciones.

Desplaz. [m]	Fuerza [N]
0,341 ± 0.001	0,884 ± 0.001
0,389 ± 0.001	1,030 ± 0.001
0,472 ± 0.001	1,278 ± 0.001
0,557 ± 0.001	1,520 ± 0.001
0,620 ± 0.001	1,716 ± 0.001
0,726 ± 0.001	2,010 ± 0.001

Tabla III. Resultados de la medición de la constante k del resorte 2.

Para este resorte la recta que mejor aproxima resulta:

$$Y = 2,93 \cdot x - 0,11$$

siendo la $k = (2.93 \pm 0.02) \text{ N/m}$.

Finalmente resulta dable realizar una medición de lo que se llama la "k equivalente" o "k efectiva" del sistema; que se puede interpretar como la *resultante* de las constantes de los resortes del sistema. De la ecuación [1] podemos ver que el valor de esta k equivalente, dada la disposición de los resortes en nuestro experimento, será de $(k_1 + k_2)$.

Conectando ambos resortes como se muestra en figura 3 se midió el desplazamiento que diferentes masas

Desplaz. [m]	Fuerza [N]
$0,050 \pm 0.001$	$0,296 \pm 0.001$
$0,098 \pm 0.001$	$0,591 \pm 0.001$
$0,130 \pm 0.001$	$0,787 \pm 0.001$
$0,172 \pm 0.001$	$1,030 \pm 0.001$
$0,205 \pm 0.001$	$1,226 \pm 0.001$
$0,237 \pm 0.001$	$1,422 \pm 0.001$

Tabla IV. Resultados de la medición de la constante k efectiva del sistema.

Los cuadrados mínimos para este cálculo resultaron en la recta:

$$Y = 5,99 \cdot x$$

donde la pendiente k resulta ser $(5,99 \pm 0.03) \text{ N/m}$

Es de notar que el valor teórico $(k_1 + k_2)$ calculado sumando los valores obtenidos en forma individual para las constantes $(2,99 [\pm 0.01] + 2,93 [\pm 0.02] = 5,92 \pm 0.03)$ son coherentes con el presentado más arriba calculado experimentalmente. En efecto, la diferencia entre uno y otro es de sólo 1 %.

Los cálculos de los períodos bajo las distintas disposiciones (que de aquí en más abreviaremos D.x según según el caso en cuestión) se presentan en la tabla V (ubicada en el Apéndice). Para cada una de las D tenemos por fila las cinco series de mediciones con los valores de los cinco primeros períodos y el promedio de cada serie junto con el promedio final para la disposición. A estos datos debemos sumar la masa del carro más la rejilla que es de $0,51600 \pm 0,00001 \text{ kg}$.

Con respecto a lo que puede determinarse en forma sencilla con este montaje experimental hemos concluido con la parte de medición. Sin embargo con estos datos (constantes de los resortes y períodos en

diferentes circunstancias) se puede extraer más información.

En primer lugar utilizando [3] y [4] derivamos:

$$T = 2.\pi.(m + M + m_2)^{1/2}.(k_1 + k_2)^{-1/2} \quad [10]$$

El período es una función de las masas y las constantes de los resortes. Entonces T se presta a un cálculo teórico que cotejamos en la tabla VI con el experimental.

De esta tabla se puede ver que las diferencias, en el peor de los casos no llegan al 1% y que, como anticipáramos el período no depende de la amplitud (A) con la que tenga lugar el movimiento.

Fue evidente durante la experiencia que el movimiento presentaba un comportamiento amortiguado debido al hecho de que las oscilaciones presentaban una amplitud progresivamente menor y finalmente el cuerpo se detenía.

El hecho de que el cuerpo se detenga indica que en realidad el comportamiento del sistema se debería regir por la ecuación [8] y por la [9]. Si el carro no llega a los mismos puntos extremos en cada oscilación sucesiva significa que de alguna manera la fuerza que los resortes ejercen sobre él se ve contrarrestada.

Bajo esta premisa se reemplazó uno de los

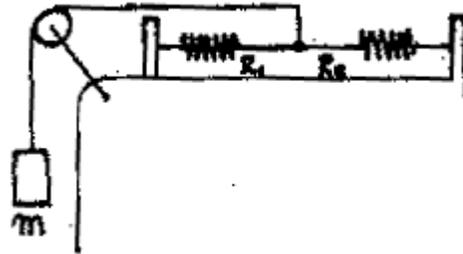


Figura 3 Montaje para determinar la k efectiva del sistema

puntos fijos donde se anclaban los resortes por un sensor de fuerza que podía registrar la fuerza que recibía en virtud del estiramiento del mismo, fuerza que es proporcional en magnitud a la fuerza elástica que el resorte ejerce sobre el carro. Si el resorte no tuviese masa estas fuerzas serían iguales.

El sensor entregó el gráfico mostrado en la figura 4 para el caso de la D.1 (sin masa m). La medición duró 20 segundos con una frecuencia de toma de datos de 40 Hz. Cabe aclarar que este no es el gráfico de [9], la posición en función del tiempo, sino de la

Disposición	T (teórico) [seg]	T (experimental) [seg]	Diferencia [%]
D.1	1,870 ± 0,004	1,869 ± 0,002	< 0,1
D.2	1,975 ± 0,005	1,979 ± 0,002	0,2
D.3	2,000 ± 0,005	1,995 ± 0,002	0,3
D.4	1,869 ± 0,004	1,865 ± 0,002	0,2
D.5	2,000 ± 0,005	2,000 ± 0,002	< 0,1
D.6	2,625 ± 0,006	2,602 ± 0,002	0,9

Tabla VI Comparación entre los períodos obtenidos teóricamente y los períodos determinados experimentalmente con su respectiva diferencia porcentual.

fuerza que ejerce uno de los resortes sobre el carro. No obstante, por lo que se explicó mas arriba, dicho gráfico resulta proporcional al de la posición.

Sabemos que el movimiento es amortiguado. Tenemos los períodos obtenidos experimentalmente; luego se puede intentar hallar el valor de la constante b del medio resistivo sabiendo que ahora:

$$T = 2.\pi/\omega' = 2.\pi/[(k_1+k_2)/(m+M)^2 - b^2/4.(m+M)^2]^{1/2} \quad [11]$$

Entonces despejando b de esta ecuación resulta en el siguiente valor:

$$b = [[(k_1+k_2)/(m+M) - 4.\pi^2/T^2].4.(m+M)^2]^{1/2}$$

Teniendo en cuenta que contamos con el período T para cada una de las seis disposiciones confeccionamos la tabla VI con los valores de b obtenidos.

Disposición	b [Kg/seg]
D.1	0,57 ± 0,05
D.2	0,65 ± 0,05
D.3	0,55 ± 0,05
D.4	0,52 ± 0,05
D.5	0,61 ± 0,05
D.6	0,48 ± 0,05

Tabla VII: Valores calculados para el coeficiente de viscosidad b en cada una de las disposiciones.

Se puede observar, teniendo en cuenta sus errores respectivos, que los valores para b oscilan en un margen más o menos amplio.

4. Conclusiones

La medición del período en un oscilador armónico del tipo estudiado en esta ocasión puede realizarse con bastante precisión. Sin embargo una vez que se abandona la simplificación del mundo ideal sin rozamientos nuevos factores deben incluirse. El cálculo de dichos factores a través de la medición del período presenta dificultades en la precisión debidas al hecho de que como el coeficiente de rozamiento viscoso afecta en una pequeña fracción al período (de otra manera no tendríamos períodos casi constantes a lo largo de las oscilaciones), la obtención del mismo se ve afectada en forma importante por pequeñas variaciones del período.

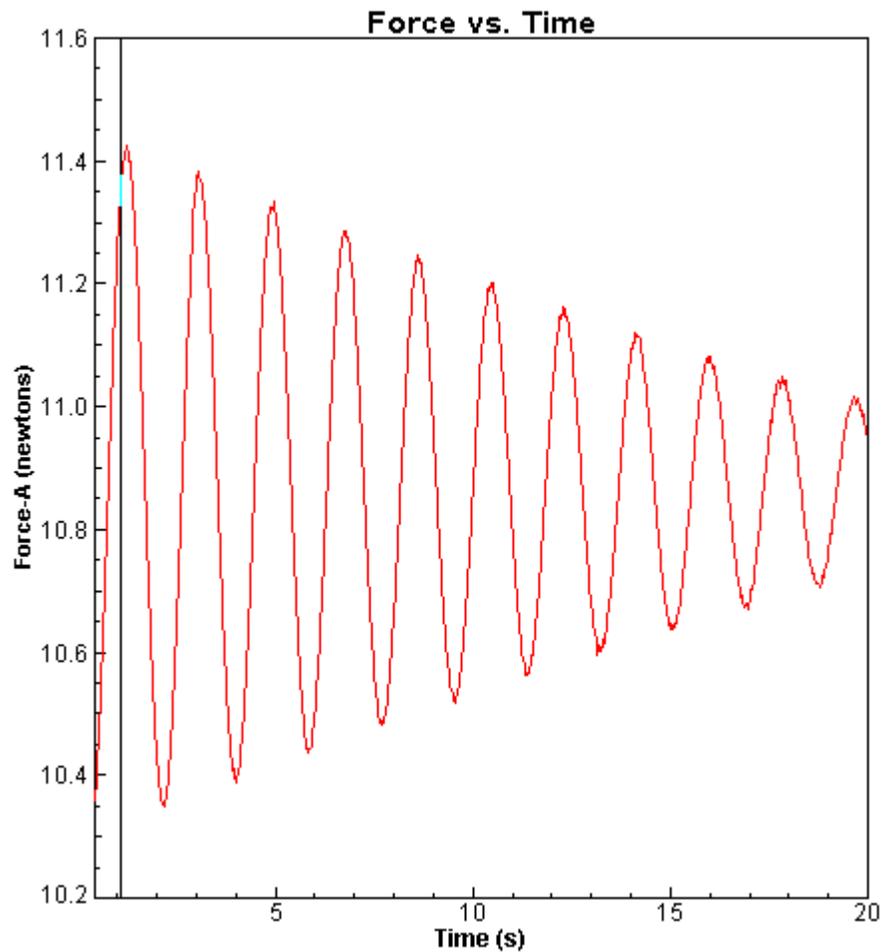


Figura 4 Gráfico fuerza-tiempo para el oscilador armónico de la D.1

5. Referencias

- 1- F.W. Sears y M.W. Zemansky, *Física Universitaria*[Addison-Wesley Publishing Company ,Inc.,1963].
- 2- R. Resnick y D. Halliday, *Física Parte Uno* [Compañía Editorial Continental, 1980].
- 3- J.C. Slater y N.H. Frank, *Introducción a la Física Teórica* [Espasa Calpe, 1951]

Apéndice

Disposición	Período 1era oscilación [seg]	Período 2da Oscilación [seg]	Período 3era Oscilación [seg]	Período 4ta Oscilación [seg]	Período 5ta oscilación [seg]	Promedio [seg]	Promedio por D.x [seg]
D.1	1,870 ± 0,002	1,870 ± 0,002	1,866 ± 0,002	1,867 ± 0,002	1,870 ± 0,002	1,869 ± 0,002	
	1,870 ± 0,002	1,868 ± 0,002	1,866 ± 0,002	1,870 ± 0,002	1,868 ± 0,002	1,868 ± 0,002	
	1,870 ± 0,002	1,868 ± 0,002	1,868 ± 0,002	1,868 ± 0,002	1,870 ± 0,002	1,869 ± 0,002	
	1,868 ± 0,002	1,870 ± 0,002	1,868 ± 0,002	1,868 ± 0,002	1,870 ± 0,002	1,869 ± 0,002	
	1,868 ± 0,002	1,868 ± 0,002	1,870 ± 0,002	1,868 ± 0,002	1,868 ± 0,002	1,868 ± 0,002	
D.2	1,976 ± 0,002	1,980 ± 0,002	1,978 ± 0,002	1,980 ± 0,002	1,984 ± 0,002	1,980 ± 0,002	
	1,976 ± 0,002	1,980 ± 0,002	1,980 ± 0,002	1,978 ± 0,002	1,982 ± 0,002	1,979 ± 0,002	
	1,976 ± 0,002	1,978 ± 0,002	1,978 ± 0,002	1,978 ± 0,002	1,984 ± 0,002	1,979 ± 0,002	
	1,972 ± 0,002	1,976 ± 0,002	1,980 ± 0,002	1,980 ± 0,002	1,984 ± 0,002	1,978 ± 0,002	
	1,974 ± 0,002	1,978 ± 0,002	1,980 ± 0,002	1,982 ± 0,002	1,984 ± 0,002	1,980 ± 0,002	
D.3	1,994 ± 0,002	1,994 ± 0,002	1,994 ± 0,002	1,996 ± 0,002	1,996 ± 0,002	1,994 ± 0,002	
	1,994 ± 0,002	1,998 ± 0,002	1,994 ± 0,002	1,996 ± 0,002	1,996 ± 0,002	1,996 ± 0,002	
	1,994 ± 0,002	1,996 ± 0,002	1,994 ± 0,002	1,996 ± 0,002	1,996 ± 0,002	1,995 ± 0,002	
	1,994 ± 0,002	1,992 ± 0,002	1,992 ± 0,002	1,996 ± 0,002	1,998 ± 0,002	1,994 ± 0,002	
	1,994 ± 0,002	1,992 ± 0,002	1,994 ± 0,002	1,994 ± 0,002	2,000 ± 0,002	1,995 ± 0,002	
D.4	1,866 ± 0,002	1,864 ± 0,002	1,866 ± 0,002	1,862 ± 0,002	1,866 ± 0,002	1,865 ± 0,002	
	1,870 ± 0,002	1,868 ± 0,002	1,862 ± 0,002	1,864 ± 0,002	1,862 ± 0,002	1,865 ± 0,002	
	1,866 ± 0,002	1,860 ± 0,002	1,864 ± 0,002	1,868 ± 0,002	1,862 ± 0,002	1,864 ± 0,002	
	1,870 ± 0,002	1,870 ± 0,002	1,860 ± 0,002	1,864 ± 0,002	1,862 ± 0,002	1,865 ± 0,002	
	1,866 ± 0,002	1,866 ± 0,002	1,862 ± 0,002	1,868 ± 0,002	1,864 ± 0,002	1,865 ± 0,002	
D.5	1,998 ± 0,002	2,000 ± 0,002	2,006 ± 0,002	2,000 ± 0,002	2,014 ± 0,002	2,004 ± 0,002	
	1,992 ± 0,002	2,000 ± 0,002	1,998 ± 0,002	2,002 ± 0,002	2,000 ± 0,002	1,998 ± 0,002	
	1,996 ± 0,002	1,994 ± 0,002	2,004 ± 0,002	2,008 ± 0,002	2,006 ± 0,002	2,001 ± 0,002	
	1,994 ± 0,002	1,998 ± 0,002	2,004 ± 0,002	2,006 ± 0,002	1,996 ± 0,002	2,000 ± 0,002	
	1,996 ± 0,002	1,996 ± 0,002	1,998 ± 0,002	2,006 ± 0,002	1,996 ± 0,002	1,998 ± 0,002	
D.6	2,604 ± 0,002	2,606 ± 0,002	2,602 ± 0,002	2,606 ± 0,002	2,612 ± 0,002	2,606 ± 0,002	
	2,604 ± 0,002	2,598 ± 0,002	2,600 ± 0,002	2,602 ± 0,002	2,604 ± 0,002	2,602 ± 0,002	
	2,602 ± 0,002	2,604 ± 0,002	2,604 ± 0,002	2,596 ± 0,002	2,600 ± 0,002	2,601 ± 0,002	
	2,602 ± 0,002	2,600 ± 0,002	2,606 ± 0,002	2,606 ± 0,002	2,592 ± 0,002	2,601 ± 0,002	
	2,602 ± 0,002	2,600 ± 0,002	2,606 ± 0,002	2,608 ± 0,002	2,596 ± 0,002	2,602 ± 0,002	

Tabla V Resultados de las mediciones del período del oscilador armónico para cada una de las diferentes disposiciones.