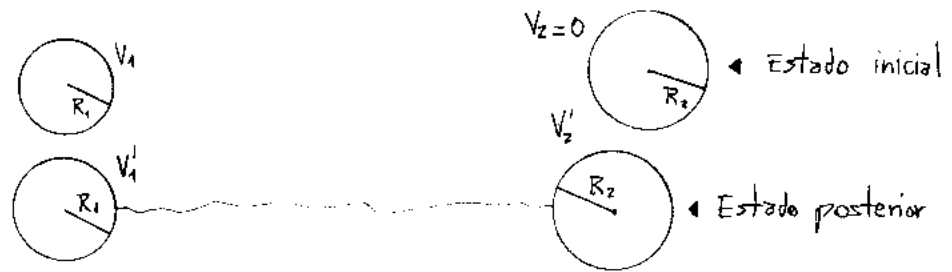


P.1



Como están alejados una esfera de la otra sus potenciales no se ven afectados salvo el traspaso de carga

$$\rightarrow V_1 = k \frac{Q_1}{R_1} \quad V_2 = k \frac{Q_2}{R_2}$$

donde los valores primados refieren a haber conectado ambas esferas. Pero:

$$Q_1' + Q_2' = Q_1 \quad \text{y} \quad V_1 = k \frac{Q_1}{R_1}$$

• Datos: V_1, V_1', R_1

$$V_1 = V_2' \quad \text{por ser un equipotencial}$$

$$Q_2' = Q_1 - Q_1' = \frac{V_1 R_1}{k} - \frac{V_1' R_1}{k} = \frac{R_1}{k} (V_1 - V_1') \rightarrow \boxed{Q_2' = \frac{R_1 (V_1 - V_1')}{k}}$$

Carga sobre la esfera lejana ▲

$$R_2 = \frac{k Q_2'}{V_2'} = \frac{k R_1 (V_1 - V_1')}{V_1' k} \Rightarrow$$

$$\boxed{R_2 = R_1 \frac{(V_1 - V_1')}{V_1'}}$$

▲ Radio de la esfera lejana

P.2

a) * llave S abierta

$$V - i_1(R_1 + R_2) = 0$$

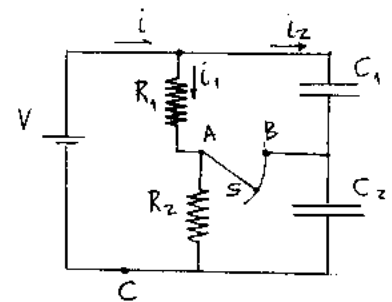
$$i = i_1 + i_2$$

$$V - \frac{Q_1}{C_1} - \frac{Q_2}{C_2} = 0$$

Con la llave abierta son dos ramas en paralelo \Rightarrow

$$i_1 R_1 + i_1 R_2 = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2}$$

$$V_A - V_B = i_1 R_1 - \frac{Q_1}{C_1}$$



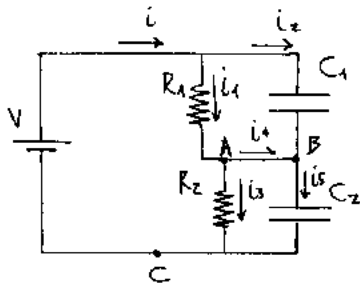
$$C_1, C_2 \text{ son dos capacitores en serie} \rightarrow C_e = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}, \quad Q_1 = Q_2 = Q \Rightarrow V = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$$

Supongamos que se ha alcanzado el estado estacionario $\rightarrow i_2 = 0, i_1 = i$

$$\text{Con lo cual: } V_A - V_B = i_1 R_1 - \frac{Q_1}{C_1} = \frac{V R_1}{R_1 + R_2} - \frac{V}{C_1} \frac{1}{\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)} = \boxed{V \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)}$$

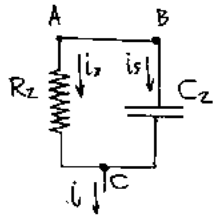
b) La carga en cada capacitor es $Q_1 = Q_2 = V \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$ [carga final]
En régimen estacionario

c) * llave S cerrada



$$\begin{aligned} i &= i_1 + i_2 \\ i_1 &= i_3 + i_4 \\ i_5 &= i_1 + i_2 \\ i &= i_3 + i_5 \end{aligned}$$

Podemos redibujar parte del circuito así:



$$\begin{aligned} -i_2 R_2 + \frac{Q_2}{C_2} &= 0 \\ -i_3 R_2 + (V_B - V_C) &= 0 \\ V_B - V_C &= i_3 R_2 \end{aligned}$$

En la situación estacionaria: $i_2 = 0, i_1 = 0, i_5 = 0 \rightarrow i = i_1 = i_3 \rightarrow$

$$V_B - V_C = i R_2 = \frac{V}{R_1 + R_2} \cdot R_2$$

d) Con S cerrada ya no son dos capacitores en serie

$$-i_1 R_1 + \frac{Q_1}{C_1} = 0 \rightarrow Q_1 = i_1 R_1 C_1$$

$$-i_3 R_2 + \frac{Q_2}{C_2} = 0 \rightarrow Q_2 = i_3 R_2 C_2$$

Considerando alcanzado el régimen estacionario: $i = i_1 = i_3 = \frac{V}{R_1 + R_2}$

$$Q_1 = \frac{V \cdot R_1 \cdot C_1}{R_1 + R_2}$$

$$Q_2 = \frac{V \cdot R_2 \cdot C_2}{R_1 + R_2}$$

	S cerrada	S abierta
Q_1	$\frac{V \cdot C_1 \cdot R_1}{R_1 + R_2}$	$V \cdot \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$
Q_2	$\frac{V \cdot C_2 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$	$V \cdot \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$

$Q_{\text{arr.}} - Q_{\text{abierta}}$	
$V \cdot \left[\frac{C_1 R_1}{R_1 + R_2} - \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right]$	ΔQ_1
$V \cdot \left[\frac{C_2 R_2}{R_1 + R_2} - \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right]$	ΔQ_2

$$\begin{aligned} R_1 &= 1 \text{ k}\Omega & C_1 &= 100 \mu\text{F} \\ R_2 &= 220 \Omega & C_2 &= 65 \mu\text{F} \end{aligned} \rightarrow$$

$$\Delta Q_1 = 12 \text{ V} \cdot (8,2 \cdot 10^{-5} \text{ F} - 3,9 \cdot 10^{-5} \text{ F})$$

$$\Delta Q_1 = 12 \text{ V} \cdot (4,3 \cdot 10^{-5} \text{ F}) = 5,16 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

$$\Delta Q_2 = 12 \text{ V} \cdot (1,1 \cdot 10^{-5} \text{ F} - 3,9 \cdot 10^{-5} \text{ F})$$

$$\Delta Q_2 = 12 \text{ V} \cdot (-2,8 \cdot 10^{-5} \text{ F}) = -3,36 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$