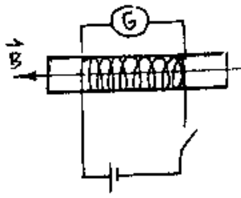
• Ley de Faraday

traspaso de corriente de un circuito a otro (sin conexión física). [Ley de Faraday]

Oersted ↓
Ampere ↓
Faraday ↓

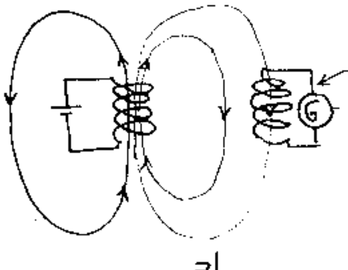


Al abrir o cerrar la llave hay mov. en el (G). la corriente que pasa a través del G depende del flujo magnético

Faraday vincula magnetostática con electrostática

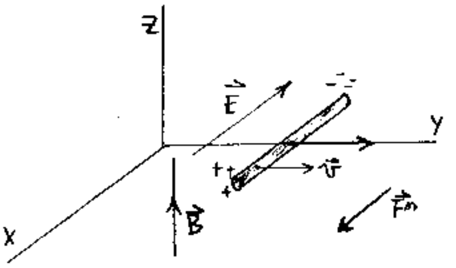
$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \rho/\varepsilon_0 \qquad \vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$$
$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = 0 \qquad \vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\vec{J}$$

Estacionarias



Aquí hay corrientes "inducidas"

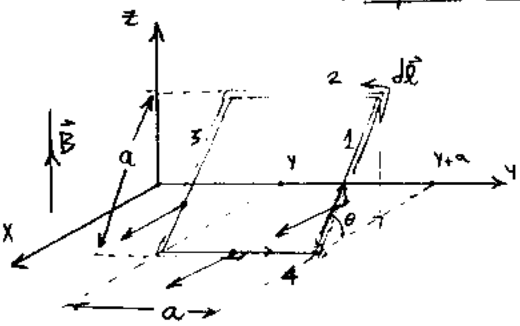
* Conductor arrastrado en campo B



$$\vec{F} = q\cdot(\vec{v}\times\vec{B}) \rightarrow \vec{F}^m = F^m\,\hat{x} \quad , q > 0 \Rightarrow$$

Se forma un campo $\vec{E}$

* espira arrastrada en campo $\vec{B}$



en 2 y 4 $\vec{F}\perp d\vec{l} \rightarrow \vec{F}\cdot d\vec{l} = 0$

$$\int\vec{F}\cdot d\vec{l} = \int_1 \vec{F}\cdot d\vec{l} + \int_3 \vec{F}\cdot d\vec{l}$$

$$= -\int F_{(y+a)}\,dx + \int F_{(y)}\cdot dx$$

$$\int\vec{F}\cdot d\vec{l} = -\left[F(y+a)\cdot a\cdot\cos\theta - F(y)\cdot a\cos\theta\right]$$

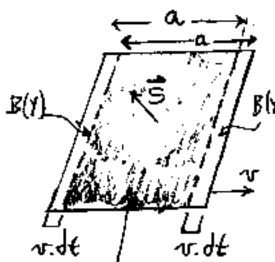
$$= -\left(q\cdot v\cdot B(y+a)\cdot a\cdot\cos\theta - q\cdot v\cdot B(y)\cdot a\cos\theta\right)$$

$$= -\left[B(y+a) - B(y)\right]\cdot a\cdot q\cdot v\cdot\cos\theta$$

$$F(y) = q\cdot v\cdot B(y)$$
$$F(y+a) = q\cdot v\cdot B(y+a)$$

$$\boxed{\int\vec{F}\cdot d\vec{l} = -q\,\frac{\partial}{\partial t}(\phi_B)}$$

$$\boxed{\int\vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t}(\phi_B)}$$



$$\int\vec{B}\cdot d\vec{S}$$

área común

Flujo común

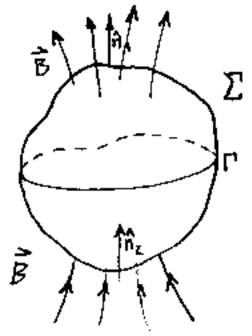
$$\phi(t) = \phi_c + \vec{B}(y)\cdot\delta\vec{S} = \phi_c + B(y)\cdot a\cdot v\cdot dt\cdot\cos\theta$$
$$\phi(t+\delta t) = \phi_c + \vec{B}(y+a)\cdot\delta\vec{S} = \phi_c + B(y+a)\cdot a\cdot v\cdot dt\cdot\cos\theta$$

$$\frac{\phi(t+\delta t) - \phi(t)}{\delta t} = \frac{\partial}{\partial t}(\phi_B)$$

$$\left[B(y+a) - B(y)\right]\cdot a\cdot v\cdot\cos\theta$$

- **Demostración General**

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0 \;\rightarrow\; \oint_{\Sigma} \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0 \;\rightarrow\; \text{con } \Sigma: \text{sup. cerrada}$$



las líneas de $\vec{B}$ entran y salen
$\Rightarrow$ $\phi_B = 0$ para una sup. cerrada

Γ separa a Σ en $\overbrace{S_1, S_2}^{\text{dos subsuperficies}}$ $\rightarrow$

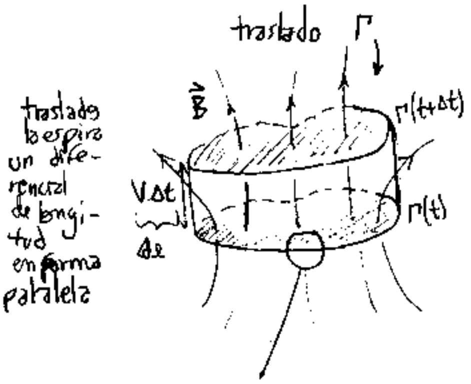
$$\oint_{S_1 \hat{n}_1} \vec{B}\cdot d\vec{S} + \oint_{S_2 (-\hat{n}_2)} \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0 \;\rightarrow$$

$\Rightarrow$ el flujo a través de S_1 es igual al de S_2 (para cualquier Γ) pues $\vec{B}$ y las S_1, S_2 se ajustan para conservar el ϕ_B

$$\oint_{S_1 \hat{n}_1} \vec{B}\cdot d\vec{S} = \int_{S_2 \hat{n}_2} \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

donde $\hat{n}_2$ es la normal $\hat{n}$ (de Σ) invertida

$$\boxed{\phi_{B_{S_1 \hat{n}_1}} = \phi_{B_{S_2 \hat{n}_2}}}$$

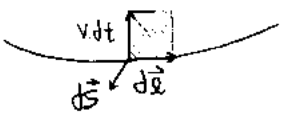


$$\phi(t) = \int \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

$$\phi(t+\Delta t) = \int \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

$$\phi(t) = \int \vec{B}\cdot d\vec{S} = \phi(t+\Delta t) + \int_{lat.} \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

$$\phi(t+\Delta t) - \phi(t) = -\int_{lat} \vec{B}\cdot d\vec{S}$$



$$d\vec{\ell} \times \vec{V}.dt = d\vec{S}$$

$$\int \vec{B}\cdot d\vec{S} = \int \vec{B}\cdot(d\vec{\ell} \times \vec{V}.dt) = dt \int \vec{B}\cdot(d\vec{\ell} \times \vec{V}) = dt \int d\vec{\ell}\cdot(\vec{V} \times \vec{B})$$

$$= dt \int (\vec{V} \times \vec{B})\cdot d\vec{\ell} = dt \cdot \frac{1}{q} \int \vec{F}\cdot d\vec{\ell} \;\rightarrow$$

$$\frac{\phi(t+\Delta t) - \phi(t)}{\Delta t} = -\frac{1}{q} \int \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$$

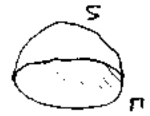
$$\boxed{-\frac{\partial}{\partial t}(\phi_B) = \frac{1}{q} \int \vec{F}\cdot d\vec{\ell}}$$

$$\boxed{\frac{1}{q} \int \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \mathcal{E} = \text{fem}}$$

$$\mathcal{E} = \frac{1}{q} \int_{\Gamma} \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \int_{\Gamma} \vec{E}\cdot d\vec{\ell}$$

• 1ª Relación E-M

$$\int_{\Gamma} \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$



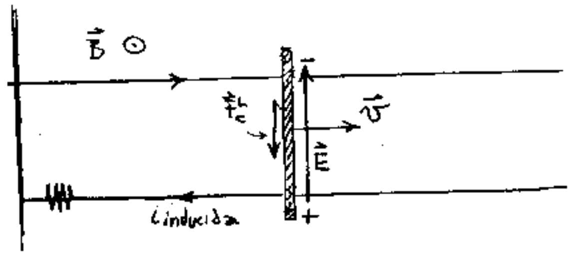
x stokes

$$\int_S (\vec{\nabla}\times\vec{E})\cdot d\vec{S} = \int_S -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S} \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

$\vec{E}$ (si B varía con el t no es conservativo)

• Consideraciones Ley de Faraday



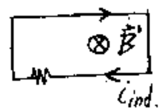
Los portadores en el conductor se mueven con velocidad $\vec{v}$ $\Rightarrow$ siente

$$\vec{F}_c^L = q\vec{v}\times\vec{B}$$

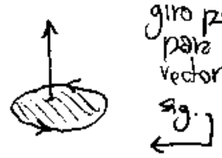
se genera un $\vec{E}_{ind}$ (campo eléctrico inducido) originado por $\vec{B} = \vec{B}(t)$

Fíjese que el $\vec{E}_{ind}$ es contrario al $\vec{E}$ que cabría esperar según la distribución de cargas

Aumento de flujo $\rightarrow$ se genera una i_{ind}



Esta i_{ind} generará un campo $\vec{B}'$ hacia abajo que va contra el $\vec{B}$ (disminuirá el flujo total)

> dado un vector se define giro positivo para ese vector el sig.
>
> 
>
> Mano derecha rule

De aquí viene lo del (-) en:

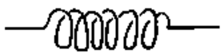
$$\mathcal{E} = -\frac{\partial \phi_B}{\partial t}$$

> *** Ley de Lenz**
>
> El sentido de la fem inducida es tal que tiende a oponerse a la causa que la produce.

$$\frac{\partial}{\partial t}\int \vec{B}\cdot d\vec{S} = \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

Se puede hacer si el área no varía en el tiempo

• Inductancia de Circuitos

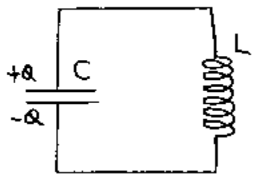
 ← la parte inductante de un circuito la representamos así

$\phi_B = L.i$ ← flujo magnético a través de un componente (solenoide, etc)

$$\boxed{\Delta V = -\frac{\partial \phi_B}{\partial t} = -L.\frac{di}{dt}}$$ ◄ Caída de potencial

La inductancia hace que la subida/bajada de la i en un circuito no sea instantánea

* Circuito LC



Produce oscilaciones

$$\frac{Q}{C} - L.\frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{Q}{C} - L\left(-\frac{d^2Q}{dt^2}\right) = 0$$

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{Q}{LC} = 0$$ → La carga Q en el condensador oscila

$Q = Q_0 - Q_c$ ← circulante

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{dQ_c}{dt} = -i$$

$$\frac{d^2Q}{dt} = -\frac{d^2Q_c}{dt^2} = -\frac{di}{dt}$$

¿va o no va?

$$\boxed{P = -\frac{dU}{dt} = i.\Delta V} \rightarrow \quad -\frac{dU}{dt} = -i.L\frac{di}{dt} \quad \rightarrow \quad \boxed{U = \frac{L i^2}{2}}$$ ◄ Energía de una inductancia

• Energía Magnética de un sistema de circuitos

$$U_1 = \frac{1}{2} L_{11} i_1^2$$

$$U_{1+2} = \frac{1}{2}L_{11} i_1^2 + \frac{1}{2}L_{22} i_2^2 + \frac{1}{2}L_{12} i_1 i_2 + \frac{1}{2}L_{21} i_1 i_2$$

$$U_{1+2+3} = \frac{1}{2}L_{11} i_1^2 + \frac{1}{2}L_{22} i_2^2 + \frac{1}{2}L_{12} i_1 i_2 + \frac{1}{2}L_{21} i_1 i_2 + \frac{1}{2}L_{33} i_3^2 + \frac{1}{2}L_{31} i_1 i_3 + \frac{1}{2}L_{32} i_2 i_3 + \frac{1}{2}L_{13} i_1 i_3 + \frac{1}{2}L_{23} i_2 i_3$$

$$\boxed{U_m = \sum_{m=1}^{N}\sum_{n=1}^{N} \frac{1}{2} L_{mn} i_m i_n}$$

$$L_{mn} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\Gamma_m}\int_{\Gamma_n}\frac{d\vec{l}_m . d\vec{l}_n}{|\vec{r}_m - \vec{r}_n|} \rightarrow \qquad I_m L_{mn} = \int_{\Gamma_n} d\vec{l}_n . \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\Gamma_m}\frac{I_m d\vec{l}_m}{|\vec{r}_n - \vec{r}_m|} = \int_{\Gamma_n} d\vec{l} . \vec{A}_m(\vec{r}_n)$$

$$U_m = \frac{1}{2}\sum_m\sum_n L_{mn} I_m I_n = \frac{1}{2}\sum_m\sum_n I_n\int_{\Gamma_n} d\vec{l}_n . \vec{A}_m(\vec{r}_n) = \frac{1}{2}\sum_n I_n\int_{\Gamma_n} d\vec{l}_n . \sum_m \vec{A}_m(\vec{r}_n)$$

$$= \frac{1}{2}\int\sum_n I_n . d\vec{l}_n . \vec{A}(\vec{r}_n) = \frac{1}{2}\int \vec{J}_n . dV_n . \vec{A}(\vec{r}_n) = \frac{1}{2}\int_{\Omega}\vec{J}.\vec{A}.dV$$

Pero $\mu_0 \vec{J} = \vec{\nabla} \times \vec{B}$ $\rightarrow$

$$U_m = \frac{1}{2}\int_V \vec{J}\cdot\vec{A}\, dV = \frac{1}{2}\frac{1}{\mu_0}\int (\vec{\nabla}\times\vec{B})\cdot\vec{A}\, .dV = \frac{1}{2\mu_0}\int \vec{B}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{A})\, .dV$$

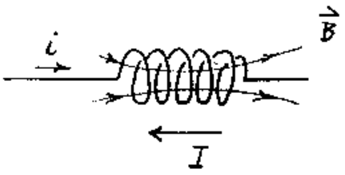
$$\boxed{U_m = \frac{1}{2\mu_0}\int \vec{B}^2 . dV}$$

Para un Componente de circuito se tiene:

$\phi_B = L \cdot i$ donde ϕ_B es el flujo de su propio campo magnético (autoflujo)

i es la corriente inducida por cambios en su propio campo magnético

$\Rightarrow L \equiv$ autoinductancia



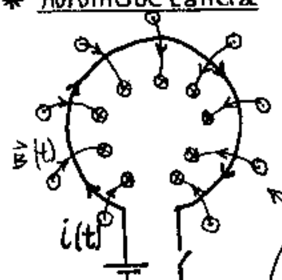
$\phi_B = L \cdot i$

$-\frac{\partial \phi_B}{\partial t} = \mathcal{E}_{autoinducida} \rightarrow I = \frac{\mathcal{E}_{autoinducida}}{R_{bobina}}$

$$\boxed{I = \frac{-L \cdot \left(di/dt\right)}{R_{bobina}}}$$

- <u>Autoinductancia</u> e <u>Inducción Mutua</u>

* <u>Autoinductancia</u>



si $i = (cte) \rightarrow \vec{B}$ es (cte) y el $\phi_B = (cte)$

Por la espira circula $i(t)$ variable en el tiempo $\Rightarrow$ se produce un campo $\vec{B}$ variable en el tiempo $\Rightarrow$ hay flujo variable a través del circuito (flujo del campo propio del circuito)

$\Rightarrow$ hay fem autoinducida

$\phi_B = \underbrace{L}_{\text{autoinductancia}} \cdot i \rightarrow \mathcal{E}_{autoinducida} = -L \cdot \frac{di}{dt}$

autoinductancia (constante geométrica del circuito)

ϕ_B: autoflujo

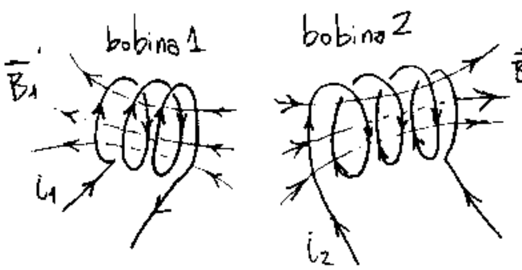
si $i = cte \rightarrow$ autoflujo es $\phi_B = L \cdot i = cte$

y $\mathcal{E}_{autoind.} = 0$

NB

L en un circuito se opone a las variaciones de corriente

* <u>Inducción Mutua</u>



i_1 produce en la bobina 1 un campo $\vec{B}_1$

i_2 produce en la bobina 2 un campo $\vec{B}_2$

ambas bobinas interactúan

Si i_1 varía aparece $\mathcal{E}_{autoind.}$ sobre la bobina 1 (autoinducción) y sobre la bobina 2.

La bobina 2 variará también su flujo sobre sí misma y sobre la bobina 1

- inducción mutua: fem's inducidas en una bobina por variación del campo de la otra

$N_2 \cdot \int \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}_2 = N_2 \cdot \phi_{21}$

Campo de toda la bobina 1

flujo sobre 2 (por espira) debido a 1 (todas sus espiras)

NOTACIÓN

M_{AB}: sobre A, debido a B

$$\boxed{\frac{N_2 \cdot \phi_{21}}{i_1} \equiv M_{21}}$$

flujo sobre bobina 2 provocado por bobina 1 sobre la corriente de 1

coeficiente de inducción mutua

$N_2 \cdot \phi_{21} = M_{21} \cdot i_1$

$N_2 \cdot \frac{d\phi_{21}}{dt} = M_{21} \cdot \frac{di_1}{dt}$

$-N_2 \cdot \mathcal{E}_{21} = M_{21} \cdot \frac{di_1}{dt}$

fem inducida sobre toda la bobina 2 debida a la 1

$$\boxed{\mathcal{E}_2 = -M_{21} \cdot \frac{di_1}{dt}}$$

Análogamente: $\quad \mathcal{E}_1 = -M_{12} \dfrac{di_2}{dt}$

Se puede demostrar que: $\boxed{M_{12} = M_{21} \quad \text{si} \quad i_1 = i_2} \Rightarrow$

$$\underbrace{N_2 \cdot \phi_{21}}_{\phi^t_{21}} = \underbrace{N_1 \cdot \phi_{12}}_{\phi^t_{12}}$$

flujo total sobre 2 debido a 1 → ϕ^t_{21}; ϕ^t_{12} ← flujo total sobre 1 debido a 2

stokes

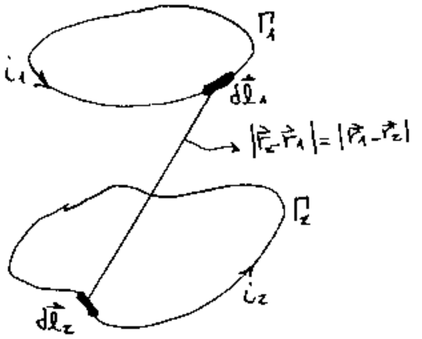
$$\int_\Gamma \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{\nabla} \times \vec{A} \cdot d\vec{S}$$

$$\int_\Gamma \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \phi_B$$

potencial vector creado por 1 sobre 2 → $\vec{A}_{21} = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \displaystyle\int_{\Gamma_1} \frac{i_1 d\vec{l}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|}$

$$\phi_{21} = \int_{\Gamma_2} \vec{A}_{21} \cdot d\vec{l}_2 = \int_{\Gamma_2} \int_{\Gamma_1} \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{i_1 \, d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|}$$

flujo sobre 2 debido a 1



$$\phi_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot i_1 \iint_{\Gamma_2 \Gamma_1} \frac{d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|}$$

en forma análoga

$$\phi_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot i_2 \iint_{\Gamma_1 \Gamma_2} \frac{d\vec{l}_2 \cdot d\vec{l}_1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}$$

$\Rightarrow$ si $i_1 = i_2 \Rightarrow \phi_{21} = \phi_{12}$ y

$$\boxed{M_{12} = M_{21}}$$

$$\boxed{M_{mn} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_{\Gamma_m \Gamma_n} \frac{d\vec{l}_n \cdot d\vec{l}_m}{|\vec{r}_n - \vec{r}_m|}}$$

$$\boxed{\mathcal{E}_{jk} = -M \frac{di_k}{dt}}$$

la fem inducida en Γ_j (circuito j) debido a circuito Γ_k es una constante por la variación de la corriente en Γ_k

$\phi^t_{21} = M_{21} \cdot i_1 \quad \rightarrow \quad \mathcal{E}_{21} = -M \cdot \dfrac{di_1}{dt}$

$\phi^t_{12} = M_{12} \cdot i_2 \quad \rightarrow \quad \mathcal{E}_{12} = -M \cdot \dfrac{di_2}{dt}$

observación

Esto es un caso general que incluye la autoinducción pues:

$$\mathcal{E}_{jj} = -M_{jj} \frac{di_j}{dt} \rightarrow \mathcal{E} = -L \frac{di}{dt}$$

donde $\begin{cases} M_{jj} \equiv L \\ \mathcal{E} \text{ es autoinducida} \end{cases}$

coef. de Autoinducción