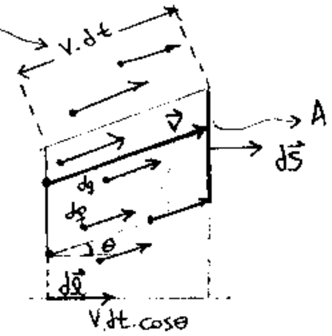
Corriente Eléctrica

Se quiere ver cuanta carga surca un diferencial de área dS

long. del camino de las partículas que en dt pasarán por A



Por A pasarán las dq ubicadas en el prisma sombreado $\Rightarrow$

portadores en volumen · carga de cada portador · área · long.

$$\delta Q = n.q.\delta S.\delta l.\cos\theta$$

$$\delta Q = n.q\ dS.V.\cos\theta.dt$$

$$\delta Q = n.q\ \vec{V}.d\vec{S}.dt$$

En un δt pasa un prisma de volumen $\delta S.v.\cos\theta.\delta t$ de carga

refiere a la carga que atraviesa una superficie en la unidad de tiempo

$$\delta i = \frac{\delta Q}{\delta t} = n.q\ \vec{V}.d\vec{S} = \rho.\vec{V}.d\vec{S}$$

$$\boxed{i = \int \vec{J}.d\vec{S}}$$

$$\frac{dl}{dt} = V$$

Nota

Se establece una corriente cuando se mantiene un $\vec{E} \neq 0$ dentro de un conductor.

$$\boxed{\vec{J} = \rho.\vec{v}}$$

densidad superficial de corriente

densidad volumétrica de cargas en movimiento

F^e · coef. de rozamiento

$$m.a = -e.E - b.V$$

Voo (vel. terminal)

$$0 = -e.E - b.V_\infty \rightarrow V_\infty = -\frac{e.E}{b}$$

Suponemos que los portadores se mueven a velocidad constante (no hay aceleración)

$$\vec{V}_\infty = -\frac{e.\vec{E}}{b}$$

conductividad

$$\vec{J} = -\rho\frac{e}{b}.\vec{E} = \sigma_R.\vec{E}$$

$$\boxed{\vec{J} = \sigma_R.\vec{E}}$$

$$\delta i = \rho.\left(-\frac{e.\vec{E}}{b}\right).d\vec{S} =$$

si $d\vec{l} \parallel d\vec{S}$. $d\vec{S} = dS\frac{d\vec{l}}{dl}$

$$\delta i = \rho.V.dS.\frac{dl}{dl}$$

$$\delta i = \rho.-\frac{e}{b}.\vec{E}.d\vec{l}.\frac{dS}{dl}$$

$$\delta i = \rho.\frac{e.E}{b}.dl.\frac{dS}{dl}$$

$$\delta i = \rho.\frac{e}{b}\ \Delta V.\frac{dS}{dl}$$

$$\delta i = \frac{\rho.e.dS}{b.dl}.E.dl$$

$$\delta i = \sigma_R.\Delta V.\frac{dS}{dl} = \frac{\Delta V}{\frac{dl}{\sigma_R.dS}}$$

$\frac{1}{\text{Resistencia}}$

Resistividad

$$\rho_R = \frac{1}{\sigma_R}$$

$$\boxed{\delta i = \frac{\Delta V}{\frac{dl}{\sigma_R.dS}}}$$

Ley de Ohm infinitesimal

$$\frac{dl}{\sigma_R.dS} = \text{Resistencia}$$

macroscópicamente

$$R = \frac{l}{\sigma_R.S}$$

$$[\sigma_R] = \frac{1}{\Omega.m}$$

$$\sigma_R = \frac{e \cdot \rho}{b}$$

$$\rho_R = \frac{b}{\rho \cdot e} = \frac{1}{\sigma_R}$$

$$\boxed{R = \rho_r \cdot \frac{L}{A}}$$

longitud

resistividad

sección

* **Conservación de la carga**

Corriente estacionario $\longrightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \\ \dfrac{\partial \vec{J}}{\partial t} = 0 \end{cases} \longrightarrow$ obedecen a la conservación de la carga

Ecuación de continuidad

Mas general

$$\boxed{\underbrace{\oint_{\partial V} \vec{J} \cdot d\vec{S}}_{\text{cargas que abandonan la sup } \partial V} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \int_V \overbrace{\rho \cdot dV}^{Q \text{ total}}}_{\text{variación de } Q} = 0}$$

$\leftarrow$ Para toda superficie V

$\oint \vec{J} \cdot d\vec{S}$

esto siempre es saliente ($\hat{n}$ exterior)

[Se toma así por convención]

Carga

La Carga no se crea ni se destruye en un volumen cerrado V

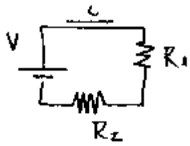
$$\oint_{\partial V} \vec{J} \cdot d\vec{S} = \int_V -\frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot dV \Rightarrow \text{por Gauss: } \boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}}$$

Nota

Considera situaciones estacionarias [Se mueve la misma cantidad de carga en el tiempo].

● Resistencias

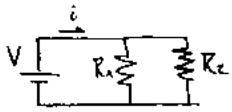
*** Resistencia en serie**



misma corriente

$$V = iR_1 + iR_2 = i\,(R_1 + R_2) \rightarrow \boxed{R_{eq} = R_1 + R_2}$$

*** Resistencias en paralelo**



misma diferencia de potencial

$$i_1 + i_2 = i \qquad V_1 = V_2 \rightarrow i_1 R_1 = i_2 R_2$$

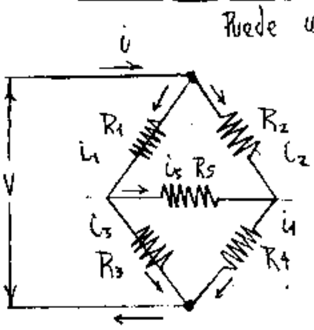
$$i = \frac{i_2 R_2}{R_1} + i_2 = i_2\left(\frac{R_2 + R_1}{R_1}\right)$$

$$i = i_1 + i_2 = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{V}{\frac{R_1 . R_2}{R_1 + R_2}}$$

$$R_{eq} = \frac{V}{i} = \frac{\cancel{i_2} R_2}{\frac{\cancel{i_2}(R_2 + R_1)}{R_1}} = \boxed{\frac{R_1 . R_2}{(R_1 + R_2)} = R_{eq}}$$

● Puente de Wheetstone

Puede usarse para medir resistencias desconocidas



$$i = i_1 + i_2$$
$$i_1 = i_3 + i_5$$
$$i_2 = -i_5 + i_4$$
$$i = i_3 + i_4$$
$$i_1 + i_2 = i_3 + i_4$$

$$V = i_1 R_1 + i_3 R_3$$
$$V = i_2 R_2 + i_4 R_4$$
$$i_1 R_1 + i_5 R_5 - i_2 R_2 = 0$$
$$i_5 R_5 + i_4 R_4 - i_3 R_3 = 0$$

si $i_5 = 0 \rightarrow$

$$\begin{cases} i_1 = i_3 \\ i_2 = i_4 \end{cases}$$

$$i_1 R_1 = i_2 R_2 \qquad \frac{i_1}{i_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$\underbrace{i_3 R_3}_{i_1 R_3} = i_4 R_4 \rightarrow \frac{i_1}{i_2} = \frac{R_4}{R_3}$$

$$V = i_1 (R_1 + R_3)$$
$$V = i_2 (R_2 + R_4)$$
$$i = \frac{V}{(R_1 + R_3)} + \frac{V}{(R_2 + R_4)}$$

Relación que se cumple si $i_5 = 0$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

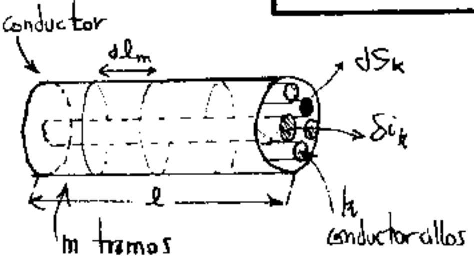
$$\boxed{\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4}}$$

● Potencia / Ley de Ohm

*** Ley de ohm**

$$\boxed{\delta i = \frac{\sigma_R\,.\,\delta S\,.\,dV}{\delta l}}$$

Ley de ohm infinitesimal



$$di_k = \frac{\sigma_R\,.\,dS_k\,.\,dV_m}{dl_m}$$

$$\Delta V = \sum_m^N dV_m$$

$$i = \sum_k^N di_k$$

$$\Delta V = \sum_m^N \frac{dl_m\,.\,di_k}{dS_k\,.\,\sigma_R} = \frac{di_k}{dS_k\,\sigma_R}\sum_m^N dl_m = \frac{di_k}{dS_k\,.\,\sigma_R}\,.\,l \rightarrow di_k = \frac{\Delta V}{l}\,\sigma_R\,.\,dS_k$$

$$i = \frac{\Delta V}{l}\,.\,\sigma_R\,.\sum_k^N dS_k = \frac{\Delta V}{l}\,.\,\sigma_R\,.\,\underbrace{S}_{\text{sup. total}} \rightarrow i = \frac{\Delta V}{\frac{l}{\sigma_R . S}} \rightarrow i = \frac{\Delta V}{\rho_R \cdot \frac{l}{S}} \Rightarrow \boxed{i = \frac{V}{R}}$$

Ley de Ohm macroscópica

* Potencia

La potencia es la variación de la energía en cierto tiempo.

$$U = -W = -\int \vec{F}\cdot d\vec{l} \rightarrow \qquad \delta U = -\delta W = -\delta q\, \vec{E}\cdot\delta\vec{l}$$

$$\delta i = \frac{\delta q}{\delta t} = \vec{J}\cdot d\vec{S} \qquad \frac{\delta U}{\delta t} = \delta i \cdot \vec{E}\cdot\delta\vec{l} \Rightarrow \qquad \delta P = \delta i \cdot \delta V$$

$$\boxed{P = \frac{dU}{dt}}$$

$$\delta U = (\vec{J}\cdot d\vec{S})\cdot(\vec{E}\cdot d\vec{l})\cdot\delta t \qquad d\vec{S} \parallel d\vec{l}$$

$$\delta U = (\vec{J}\cdot\vec{E})\cdot(d\vec{S}\cdot d\vec{l})\cdot\delta t$$

$$\boxed{\frac{dU}{dt} = i\cdot\Delta V} \text{ general}$$

$$\delta P = \frac{\delta U}{\delta t} = \vec{J}\cdot\vec{E}\cdot\delta V \quad \rightarrow \quad dP = \frac{dU}{dt} = \vec{J}\cdot\vec{E}\cdot dV$$

$$\boxed{P = \int \vec{J}\cdot\vec{E}\cdot dV} \leftarrow \boxed{\frac{dP}{dV} = \vec{J}\cdot\vec{E}}$$

◂ Potencia por unidad de volumen

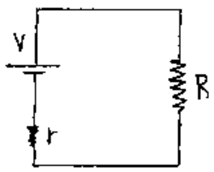
* Potencia disipada en un conductor

$$\delta P = \delta i_k \cdot \delta V_m$$

$$P = \sum_k \sum_m \delta i_k \cdot \delta V_m = \sum_k \sum_m \delta i_k \cdot \frac{\delta l_m\, \delta i_k}{\delta S_m\, \sigma_k} = \sum_k \delta i_k^2 \cdot \frac{l}{\sigma_k \cdot S} = i^2 \cdot R$$

$$\boxed{P = i^2 \cdot R}$$

* Potencia Máxima



$$V - iR - ir = 0$$

$$i = \frac{V}{R+r} \qquad P = i^2(R+r) \qquad P_R = \frac{V^2}{(R+r)^2}\cdot R$$

$$P = \frac{V^2}{R+r}$$

$$P^{MAX} \text{ en } R \rightarrow \quad \frac{\partial P_R}{\partial R} = \frac{V^2\cdot(R+r)^2 - V^2R\cdot 2(R+r)}{(R+r)^4} = 0$$

$$\frac{(R+r) - 2R}{(R+r)^3} = 0$$

$$\frac{r - R}{(R+r)^3} = 0 \rightarrow \boxed{r = R} \text{ la } P_R \text{ es máxima}$$

Cálculo de Energía Disipada

$$P(t) = \frac{dU}{dt} \rightarrow \int dU = \int P(t)\cdot dt$$

valor instantáneo

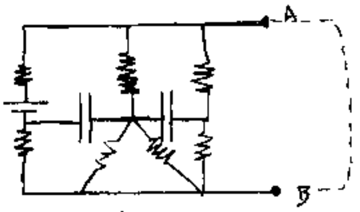
$$U\Big|_{t_0}^{t} = \int_{t_0}^{t} P(t)\cdot dt$$

Energía disipada

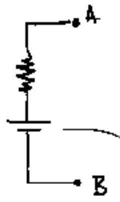
Potencia consumida entre t_0 y t

• Circuito Equivalente de Thevenin

Busca reemplazar un circuito por otro equivalente que consta de una única rama abierta.



≡



Es una rama abierta

el sentido de la pila lo da la i_{cc}

1: Se calcula el V_{AB} normalmente

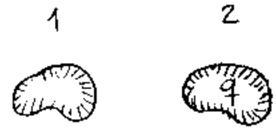
2: Se cierra el tramo AB y se evalúa i_{cc}

3: Se halla $R_{eq} = \dfrac{V_{AB}}{i_{cc}}$

Se puede hallar R_{eq} volando las fuentes del circuito y calculando en ese caso la resistencia

• Capacidad

Se carga un cuerpo con q mientras el otro continúa descargado



instante 1	$q_1 = q_1^\circ$	$q_2 = 0$	$q_1 = 0$	$q_2 = q_2^\circ$
	$V_1 = V_1^\circ$	$V_2 = V_2^\circ$	$V_1 = V_1^\circ$	$V_2 = V_2^\circ$
instante 2	$q_1 = \lambda q_1^\circ$	$q_2 = 0$	$q_1 = 0$	$q_2 = \mu q_2^\circ$
	$V_1 = \lambda V_1^\circ$	$V_2 = \lambda V_2^\circ$	$V_1 = \mu V_1^\circ$	$V_2 = \mu V_2^\circ$

se aumenta la carga

Estos supuestos se basan en $Q \propto V$

$$V_1 = \lambda V_1^\circ = \frac{q_1}{q_1^\circ} \cdot V_1^\circ = \frac{V_1^\circ}{q_1^\circ} \cdot q_1 \qquad V_2 = \mu V_2^\circ = q_2 \cdot \frac{V_2^\circ}{q_2^\circ}$$

$$V_2 = \lambda V_2^\circ = \frac{V_2^\circ}{q_1^\circ} \cdot q_1 \qquad V_1 = \mu V_1^\circ = q_2 \cdot \frac{V_1^\circ}{q_2^\circ}$$

superponiendo $\Rightarrow$

$$\begin{pmatrix} \frac{V_1^\circ}{q_1^\circ} & \frac{V_1^\circ}{q_2^\circ} \\ \frac{V_2^\circ}{q_1^\circ} & \frac{V_2^\circ}{q_2^\circ} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

definimos $\frac{V_i^\circ}{q_j^\circ} \equiv P_{ij}$ (Potencial sobre i generado por la carga en j)

$$V_i = \sum_j^N P_{ij} q_j \qquad \Delta U = \Delta q_1 \cdot V_1 = \Delta q_1 \cdot \sum_j P_{1j} \cdot q_j$$

$$U = \frac{1}{2} \sum_i^N q_i V_i = \frac{1}{2} \sum_i^N q_i \cdot \sum_j^N P_{ij} q_j = \frac{1}{2} \sum_i^N \sum_j^N q_i \cdot P_{ij} \cdot q_j$$

$$\delta U = \frac{\partial U}{\partial q_1} \cdot \delta q_1 = \delta q_1 \cdot \frac{\partial}{\partial q_1} \left(\frac{1}{2} \sum_i \sum_j q_i P_{ij} q_j \right)$$

$$\delta U = \frac{1}{2} \cdot \delta q_1 \sum_{i,j}^N P_{ij} \cdot \underbrace{\frac{\partial}{\partial q_1}(q_i q_j)}_{\substack{\frac{\partial q_i}{\partial q_1} \cdot q_j + q_i \cdot \frac{\partial q_j}{\partial q_1} \\ \delta_{i1} \cdot q_j + q_i \cdot \delta_{j1}}} = \frac{1}{2} \delta q_1 \sum_{i,j}^N P_{ij} \cdot \left[\delta_{i1} \cdot q_j + q_i \cdot \delta_{j1} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \delta q_1 \left(\sum_{i,j}^N P_{ij} \delta_{i1} q_j + \sum_{i,j}^N P_{ij} \cdot q_i \cdot \delta_{j1} \right)$$

$i=1$

$$= \frac{1}{2} \delta q_1 \left(\sum_j^N P_{1j} q_j + \sum_i^N P_{i1} \cdot q_i \right)$$

$j=1$

$$\delta q_1 \cdot \sum_j^n P_{1j} \cdot q_j = \frac{1}{2} \cdot \delta q_1 \cdot \sum_j^N (P_{1j} + P_{j1}) q_j$$

$$P_{1j} \cdot q_j = \frac{(P_{1j} + P_{j1})}{2} \cdot q_j$$

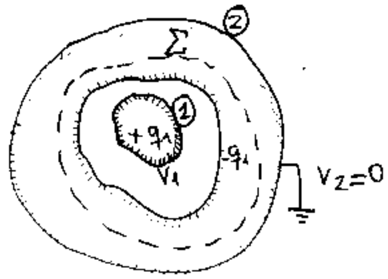
$$\boxed{P_{1j} = P_{j1}} \longrightarrow \text{los } P_{ij} \text{ son simétricos}$$

$$\Rightarrow_{\text{si}} \quad P = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{pmatrix} \Rightarrow \exists\ C : \quad C = P^{-1}$$

$C \equiv$ Matriz de las capacidades

$$\begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{pmatrix}$$



cap. sobre 2 generada por 1

$$q_2^{ind} = q_2 = C_{21} \cdot V_1 = -q_1$$

$$q_1 = C_{11} \cdot V_1 = -(-q_1) = -C_{21} \cdot V_1 \Rightarrow \quad C_{11} = C_{21} \equiv C > 0$$