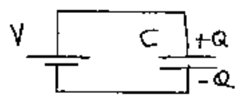
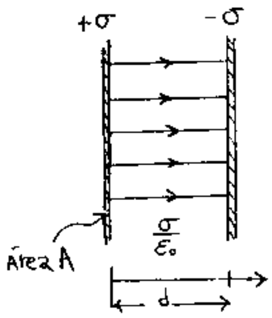
Condensadores



$$\boxed{\frac{Q}{V} = C} \leftarrow \text{(la capacidad)}$$



$$\Delta V = -\int \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot d$$

Capacidad de un capacitor de placas paralelas

$$\Delta V = \frac{1}{C}\cdot Q$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\cancel{\sigma}\cdot A}{\frac{\cancel{\sigma}\cdot d}{\varepsilon_0}} = \boxed{\frac{\varepsilon_0 \cdot A}{d}}$$

$$U = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \int E^2\, dV = \frac{1}{2}\cancel{\varepsilon_0}\cdot\frac{\sigma^2}{\varepsilon_0^{\cancel{2}}}\cdot A\cdot d = \frac{1}{2}\cdot\sigma^2\frac{A\cdot d}{\varepsilon_0}$$

$$\frac{Q}{C} = V \qquad \text{pero} \qquad \boxed{\frac{dU}{dq} = V}$$

$$dU = \frac{Q}{C}\cdot dQ \rightarrow U = \frac{Q^2}{2C}$$

la misma expresión

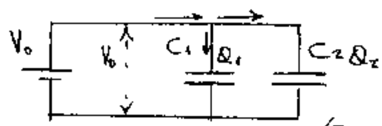
$U=$

$$U = \frac{\sigma^2 A^{\cancel{2}}}{2\cdot\frac{\varepsilon_0\cdot\cancel{A}}{d}} = \frac{1}{2}\cdot\sigma^2\cdot\frac{A\cdot d}{\varepsilon_0}$$

$$U = \frac{C^{\cancel{2}}\cdot V^2}{2\cancel{C}} \Rightarrow \boxed{U = \frac{1}{2}C\,V^2}$$

$$\boxed{U = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{C}\right)Q^2}$$

* Condensadores en Paralelo



$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} \qquad V_2 = \frac{Q_2}{C_2} \qquad Q_1 + Q_2 = Q_T$$

pero $V_1 = V_2 = V_0 \longrightarrow$

V es la misma

$$C_{equiv} = \frac{Q_T}{V_0} = \frac{Q_1 + Q_2}{V_0}$$

$$C_{equiv.} = \frac{V_0 C_1 + V_0 C_2}{V_0}$$

capacidad de condensadores en paralelo $\longrightarrow \boxed{C_{eq.} \equiv C_1 + C_2}$

$$\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} \rightarrow Q_1 = \frac{C_1}{C_2}\cdot Q_2 \rightarrow \left(\frac{C_1}{C_2} + 1\right)Q_2 = Q_T$$

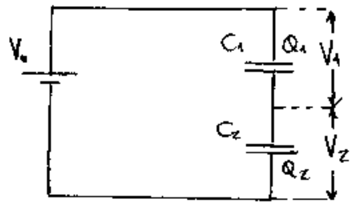
$$\left(\frac{C_1 + C_2}{C_2}\right)Q_2 = Q_T$$

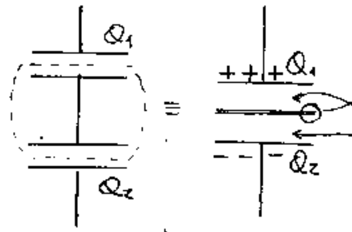
$$U_T = U_1 + U_2 = \frac{Q_1^2}{2C_1} + \frac{Q_2^2}{2C_2} = \frac{C_1^{\cancel{2}}\cdot Q_2^2}{C_2^2\cdot 2\cancel{C_1}} + \frac{Q_2^2}{2C_2}$$

$$U_T = Q_2^2\,\frac{(C_1 + C_2)}{2C_2^2}$$

$$U_T = \frac{\cancel{C_2^2}}{(C_1+C_2)^{\cancel{2}}}\,Q_T^2\cdot\frac{\cancel{(C_1+C_2)}}{2\cancel{C_2^2}} \rightarrow \boxed{U_T = \frac{Q_T^2}{2(C_1+C_2)} = \frac{Q_T^2}{2C_e}}$$

* Condensadores en Serie





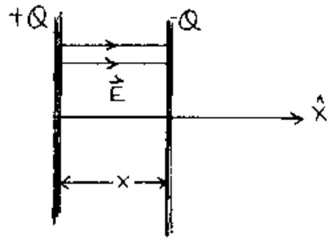
solo se polarizan $\Rightarrow |Q_1| = |Q_2| = Q$

No pasa carga realmente

$$V_0 = V_1 + V_2 = \frac{Q_T}{C_1} + \frac{Q_T}{C_2}$$

$$V_0 = Q_T\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) = \left(\frac{C_1+C_2}{C_1 . C_2}\right) Q_T \quad \Rightarrow \quad \boxed{C_{eq} = \frac{C_1 . C_2}{C_1 + C_2}}$$

* Fuerza entre Placas



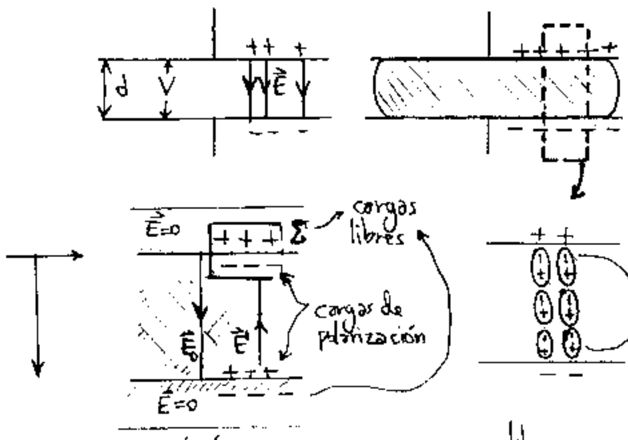
$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2} \cdot \frac{x}{A . \varepsilon_0} \rightarrow \quad \Delta U = \frac{Q^2}{2A\varepsilon_0} \cdot \Delta x$$

$$\rightarrow \quad \frac{\Delta U}{\Delta x} = \boxed{F = \frac{Q^2}{2A\varepsilon_0}}$$

◄ Fuerza entre placas de un condensador

El W para separar las placas puede hacerse a Q constante o a V constante

• Dieléctricos



dentro del dieléctrico se orientan los momentos dipolares

solo interesan las superficies [si la polarización es completa]

$$C = \frac{q}{V}$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \leftarrow \text{capacidad sin dieléctrico}$$

$\vec{E}_0 \equiv$ campo sin el dieléctrico

$$\frac{Q_T}{\varepsilon_0} = \oint \vec{E}\cdot d\vec{S} \longrightarrow \frac{\overset{\text{cargas libres}}{Q} - \overset{\text{cargas de polarización}}{Q'}}{\varepsilon_0} = E \cdot A$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$
$$E = E_0 - E'$$

modelo

$$\boxed{q_P = \varepsilon_0 \chi . E . A} \rightarrow$$

χ → En principio es una matriz (un tensor)

$$Q = \varepsilon_0 E A + \varepsilon_0 E A \chi$$

$$Q = \underbrace{(1+\chi)}_{\equiv \varkappa} \varepsilon_0 E A$$

χ → susceptibilidad eléctrica

$\equiv \varkappa$ → constante dieléctrica

$$C = \frac{\varkappa \varepsilon_0 \cancel{E} A}{\cancel{E} . d} = \varkappa \frac{\varepsilon_0 A}{d} = \varkappa \underbrace{C_0}_{\text{capacidad sin el dieléctrico}}$$

$$\boxed{\varkappa . \varepsilon_0 = \varepsilon} \leftarrow \text{permitividad del dieléctrico}$$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_N}{\varepsilon_0}$$

$$\oint \varepsilon_0 \vec{E}\cdot d\vec{S} = Q_L - Q_P$$

$$\oint \varepsilon_0 \vec{E}\cdot d\vec{S} + Q_P = Q_L$$

$$\oint \varepsilon_0 \vec{E}\cdot d\vec{S} + \varepsilon_0 \chi . \underbrace{E . A}_{} = Q_L$$

→ se puede ver como el resultado de un flujo.

$$\oint \varepsilon_0 \vec{E}\cdot d\vec{S} + \varepsilon_0 \chi \oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = Q_L$$

$$\oint \varepsilon_0 (1+\chi) \vec{E}\cdot d\vec{S} = Q_L$$

$$\oint \underbrace{\varepsilon_0 \varkappa \vec{E}}_{\shortparallel} \cdot d\vec{S} = Q_L$$

Ley de Gauss para $\vec{D}$ →
$$\boxed{\oint \vec{D}\cdot d\vec{S} = Q_L}$$
→ cargas libres encerradas

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \varkappa . \vec{E}} \longrightarrow \text{Vector Desplazamiento}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 (1+\chi) \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} + \underbrace{\varepsilon_0 \chi \vec{E}}_{\shortparallel}$$

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}}$$

$\vec{D}$: relacionado con la q_L

$\varepsilon_0 \vec{E}$: relacionado con la q_{neta}

$\vec{P}$: relacionado con las q_P

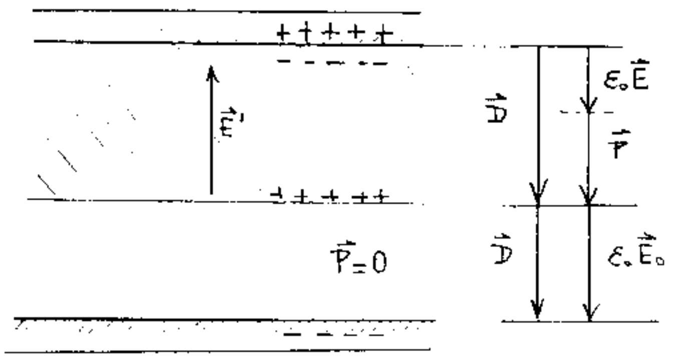
→ en un capacitor placas paralelas →

$$\frac{Q_L}{A} = \frac{\cancel{\varepsilon_0} Q_N}{\cancel{\varepsilon_0} A} + |\vec{P}|$$

$$\frac{Q_L - Q_N}{A} = P$$

$$\boxed{\frac{Q_P}{A} = P} \rightarrow \text{la polarización tiene que ver con la carga superficial inducida por área}$$

$$\vec{P} = \frac{Q_P}{S} \hat{d}$$



$[D] = \varepsilon_0[E] + [P]$

$\frac{C}{m^2}$ $\quad \frac{N}{C}$ $\quad \frac{C}{m^2}$

$(\vec{P},\vec{D})$ y $\vec{E}$ tienen diferentes unidades

el dieléctrico reduce el campo $\vec{E}$ en un factor dado por $\varkappa$

Aire

$\varkappa = 1$

$\chi = 0$

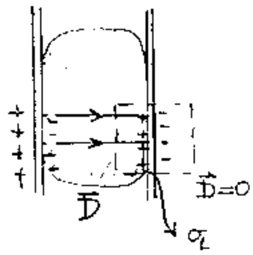
$\downarrow$ $\vec{P} = 0$

$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} \cong \varepsilon_0\vec{E}_0$

$\vec{D}$ es continuo (si no se hace cero)

$\vec{E}$ tiene saltos

* Saltos del Campo $\vec{E}$ y $\vec{D}$



$\oint \vec{D}\cdot d\vec{S} = Q_L$

$E = \frac{\sigma_L}{\varepsilon} = \frac{\sigma_L}{\varkappa\varepsilon_0}$

$D \cdot A = Q_L = \sigma_L \cdot A$

$\boxed{D = \sigma_L}$ ← salto

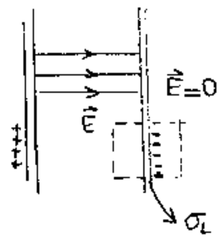
$\vec{D} = \varepsilon_0\varkappa\vec{E} = \varepsilon\vec{E}$

$\vec{P} = \varepsilon_0\chi\vec{E}$

$\varkappa = (1+\chi)$ → susceptibilidad

→ constante

$\varkappa\varepsilon_0 = \varepsilon$ → permitividad



$\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_N}{\varepsilon_0} \overset{\text{en este caso}}{=} \frac{Q_L}{\varepsilon_0}$

$E \cdot A = \frac{\sigma_L}{\varepsilon_0} \cdot A$

$\boxed{E = \frac{\sigma_L}{\varepsilon_0}}$ ← salto

Ecuaciones de Maxwell

$\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho_N}{\varepsilon_0}}$

$\oint \vec{D}\cdot d\vec{S} = Q_L$

$\oint \vec{D}\cdot d\vec{S} = \int \rho_L \, dV$

$\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho_L}$

$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$

$\oint (\varepsilon_0\vec{E} + \vec{P})\cdot d\vec{S} = Q_L$

$\oint \varepsilon_0\vec{E}\cdot d\vec{S} + \oint \vec{P}\cdot d\vec{S} = Q_N - Q_P$

$\Downarrow \quad =$

$\oint \vec{P}\cdot d\vec{S} = -Q_P$

$\oint \vec{P}\cdot d\vec{S} = \int -\rho_P \, dV$

$\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{P} = -\rho_P}$

$\boxed{\vec{\nabla}\times\vec{E} = 0}$

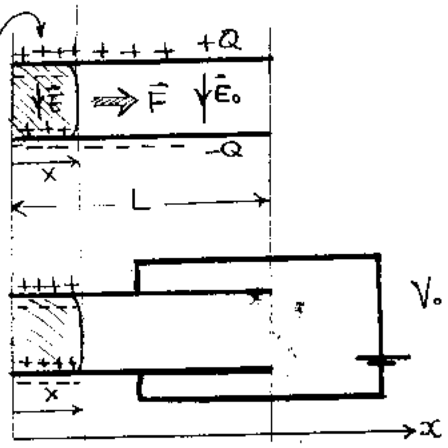
$\boxed{\vec{\nabla}\times\vec{D} = \vec{\nabla}\times\vec{P}}$

$\vec{D}$ se origina en las cargas libres (líneas de $\vec{D}$ nacen y mueren en cargas libres)

• Introducir Dieléctrico en Condensador

carga libre

$$\boxed{C = \frac{Q}{\Delta V}}$$



mayor densidad de carga

$\vec{E}$ igual adentro del dieléctrico y afuera

son dos condensadores en paralelo

$$C_T = C_{\varkappa} + C_0$$

* ~~Carga constante~~ (condensador aislado)

Aparece una $\vec{F}$ hacia adentro

$Q = Q(\text{cte}) \rightarrow$ C aumenta $\Rightarrow$ ΔV disminuye

* V constante

Se acumulan cargas a la entrada

$V = V_0(\text{cte}) \rightarrow$ C aumenta $\Rightarrow$ Q aumenta (las envía la batería)

AL introducir un dieléctrico disminuye la energía

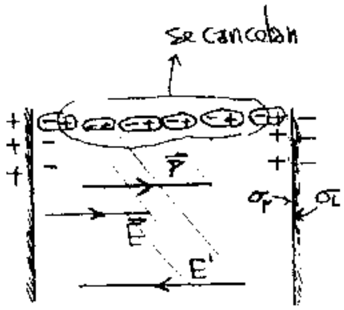
yeite

serie: un solo camino
paralelo: más de un camino

capacidad con dieléctrico

$$C_{\varkappa} = \frac{Q_L}{\int \frac{D}{\varepsilon} dl} = \frac{\varepsilon . Q_L}{D . d} = \frac{\varepsilon . \cancel{Q_L}}{\frac{\cancel{Q_L}}{A} . d} = \frac{\varepsilon . A}{d} = \frac{\varkappa . \varepsilon_0 . A}{d} = \varkappa . C_0$$

EL dieléctrico debilita el campo $\rightarrow$ disminuye $\Delta V \rightarrow$ aumenta C



Si $\vec{E}$ es uniforme la Q_P aparece en la superficie $\Rightarrow$

$\rho_P = 0$

$\sigma_P \neq 0$

(se cancelan exactamente las cargas internas)

Si no es $\vec{E}$ uniforme $\Rightarrow$ habrá $\rho_P \neq 0$

$$\boxed{\sigma_P = \vec{P} . \hat{n}}$$

pues $P \sim \frac{\text{cargas}}{\text{superficie}}$

la polarización es la misma en toda dirección

$\vec{E} \parallel \vec{D}$

Medio

isótropo	$\vec{P} \parallel \vec{E}, \vec{D}$	[χ es un escalar]
lineal	χ no depende de $\vec{E}$	(para cualquier $\vec{E}$ es la misma)
homogéneo	$\chi \equiv$ (cte) (no depende de $\vec{r}$)	(en todo el dieléctrico es igual)

si es homogéneo $\rho_P = 0$ [No hay densidad de carga de pol. en volumen] Se cancelan los dipolitos

		volumen	superficie *	
$\vec{E}$	div.	ρ_L, ρ_P	σ_L, $\sigma_P = \vec{P}\cdot\hat{n}$	todas las cargas
$\vec{D}$	div.	ρ_L	σ_L	cargas libres
	rot.	$\vec{J}_P = \vec{\nabla} \times \vec{P}$	$\vec{g}_P = \vec{P} \times \hat{n}$ (corriente de pol.)	Corrientes de polarización

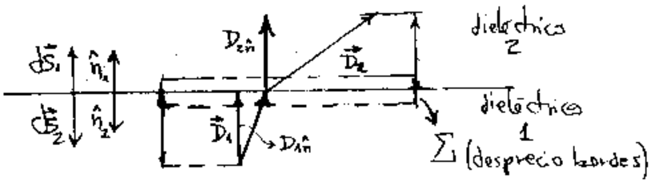
* se originan x el borde de los medios

si $\vec{J}_P, \vec{g}_P = 0$ se puede usar Gauss para $\vec{D}$ (porque en este caso estamos en la condición de que $\vec{D}$ es un campo de rotor nulo)

$\hat{n} \equiv$ normal exterior a los medios

- **Contorno Entre Dieléctricos**

$D\hat{n}$ se mantiene



$$\oint_{\Sigma} \vec{D}\cdot d\vec{S} = Q_L = D_{1\hat{n}} \cdot A + (-D_{2\hat{n}}) \cdot A$$

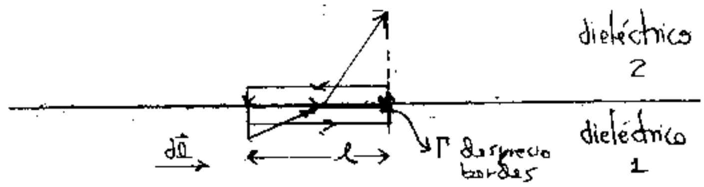
dieléctrico LI, $J_L = 0$

$$\Rightarrow \boxed{D_{1\hat{n}} = D_{2\hat{n}}}$$

En general

$$\boxed{D_{1\hat{n}} - D_{2\hat{n}} = \sigma_L}$$

$E\hat{t}$ se mantiene

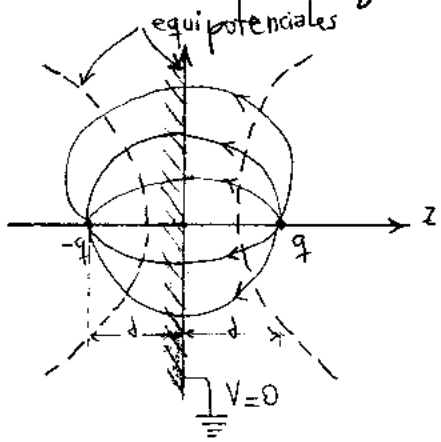


$$\oint_{\Gamma} \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0 = E_1\hat{t} \cdot l - E_2\hat{t} \cdot l$$

$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$ en campos electrostáticos

$$\Rightarrow \boxed{E_1\hat{t} = E_2\hat{t}}$$

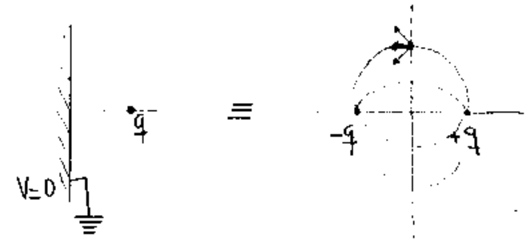
● Método de las imágenes

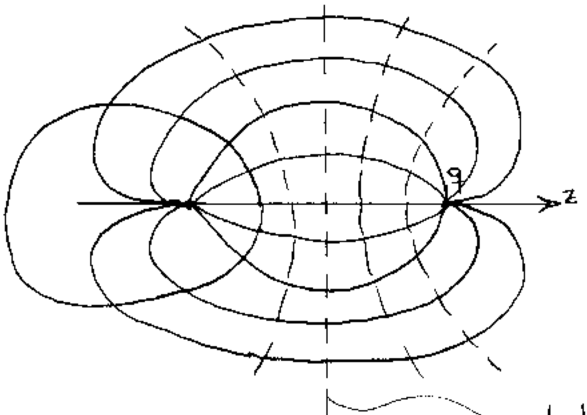


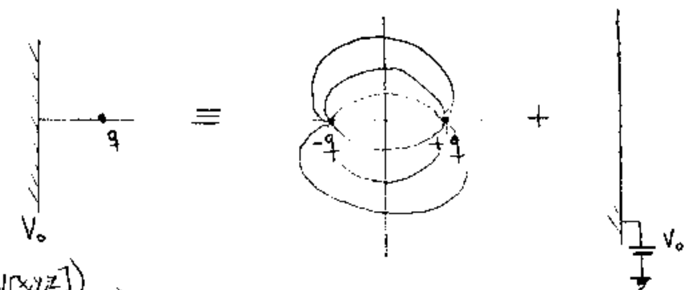
el plano conductor es un equipotencial $\Rightarrow$ $V = V_0 = 0$ $\forall x$ estar conectados a tierra

Luego es la misma situación física que si tengo dos cargas q y -q (en el plano medio el potencial es constante)

$\Rightarrow$ la solución debe ser la misma







$\rightarrow$ el potencial $(V[x,y,z])$ $\left(\hat{z}\text{ es eje de } q\right)$ vale cero sobre el plano $V(x,y,z=0)=0$ pero no es constante como función de las coordenadas $\rightarrow E \neq 0$

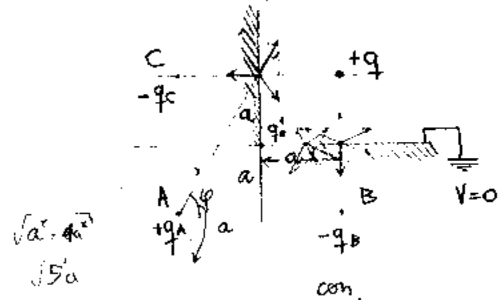
No confundir $V = k$ con $V|_{\bar{x}_0} = k$ $\rightarrow$ esto siempre es una constante

$\vec{E}(\bar{x}_0) = \left.\frac{dV}{d\bar{x}}\right|_{\bar{x}_0} \neq \frac{d}{d\bar{x}}(V|\bar{x}_0)$

Lo que se busca es hallar un problema equivalente que satisfaga las condiciones de contorno.

vale separar así si el problema puede "desacoplarse" (si las partes en que separamos son indeptes. entre sí)

$\boxed{\text{en una superficie equipotencial el campo es } \perp \text{ a la superficie}}$



con cierta relación entre cargas

en el plano conductor $V=0 \rightarrow E \perp$ plano (una partícula test sobre el plano se moverá $\perp$ al plano)

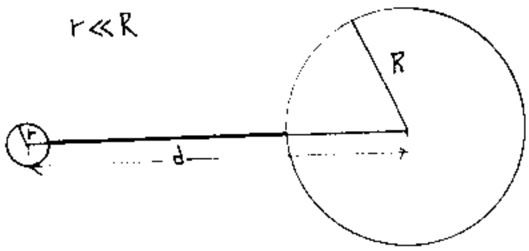
$$2\,\frac{q_A \cdot \cos\varphi}{(\sqrt{5}\,a)^2} = \frac{q_c}{a^2}$$

sobre un equipotencial una partícula test solo se mueve en forma $\perp$ al equipotencial; No en forma tangencial $\rightarrow$ Esto es lo que hay que tener en cuenta a la hora de "pensar" imágenes de problemas electrostáticos

Efecto Punta en Conductores

toda la sup. es un equipotencial

$r \ll R$



$$V = \frac{k.Q}{R}$$

$$V = \frac{k.q}{r}$$

si $d \gg R$ y podemos considerar que un potencial no altera al otro

Como la carga se halla en la superficie será:

$$\sigma_M = \frac{Q}{4\pi R^2} \longrightarrow V = k.\sigma_M.4\pi R$$

$$\sigma_m = \frac{q}{4\pi r^2} \longrightarrow V = k.\sigma_m.4\pi r$$

$$\cancel{k}\,\sigma_M\,\cancel{4\pi}R = \cancel{k}\,\sigma_m\,\cancel{4\pi}r$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_m}{\sigma_M} = \frac{R}{r} \ggg 1$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma_m \gg \sigma_M}$$

la distribución de cargas es mayor en los bordes afilados de un cuerpo que en los de mayor radio de curvatura.