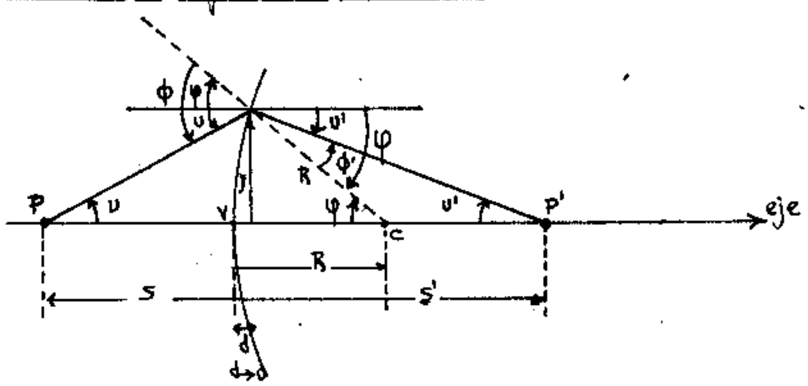
①

Trazado de Rayos

- Refracción en superficies esféricas



P: punto objeto

$$\frac{\operatorname{sen}(\pi-\phi)}{\operatorname{sen} U} = \frac{R+(-s)}{R} \Rightarrow ① \ \frac{\operatorname{sen}\phi}{\operatorname{sen} U} = \frac{R-s}{R}$$

② $n \operatorname{sen}\phi = n' \operatorname{sen}\phi'$ ③ ④ $\dfrac{\operatorname{sen}\phi'}{\operatorname{sen}(-U')} = \dfrac{s'-R}{R}$

$$\frac{1}{R} = \frac{\operatorname{sen}\phi}{(R-s)\operatorname{sen}U} = \frac{\operatorname{sen}\phi'}{-(s'-R)\operatorname{sen}U'} \Rightarrow \frac{R-s'}{R-s} = \frac{\operatorname{sen}\phi'}{\operatorname{sen}\phi}\cdot\frac{\operatorname{sen}U}{\operatorname{sen}U'}$$

$$\Rightarrow \frac{R-s'}{R-s} = \frac{n}{n'}\cdot\frac{\operatorname{sen}U}{\operatorname{sen}U'}$$ pero $\operatorname{sen} U \cong \dfrac{y}{s}$ ∧ $\operatorname{sen} U' \cong \dfrac{y}{-s'}$

$$\frac{R-s'}{R-s} = -\frac{n}{n'}\cdot\frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{n'sR - n'ss'}{-ns'R + ns's} = 1 \qquad n'sR + ns'R = ns's + n'ss'$$

Método alternativo

$$n\cdot\phi = n'\cdot\phi' \Rightarrow \phi' = \phi\cdot\frac{n}{n'} \qquad \phi = -\psi + U$$

$$\phi' = -\psi + U'$$

$$\phi\cdot\frac{n}{n'} = -\psi + U' \qquad \psi = \frac{y}{-R} \quad U = \frac{y}{s} \quad U' = \frac{y}{-s'}$$

$$\phi = -\psi + U$$

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n'-n}{R}$$

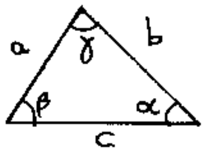
La simplificación que se realiza es considerar U pequeño, resultando en "rayos paraxiales" (cercanos al eje). Si U es pequeño, entonces U', φ, φ' son pequeños y podemos tomar sen del ángulo ≅ valor ángulo.

Resulta que: todos los rayos de un punto P que inciden con ángulo U pequeño se convergen en P'.

Según los valores de n, n', s los rayos de P:

① convergen en P'
② divergen de un punto P' a la izquierda del vértice.
③ salen paralelos (convergen en +∞ o divergen de un punto en −∞)

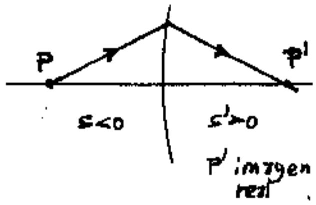
Ley de los senos

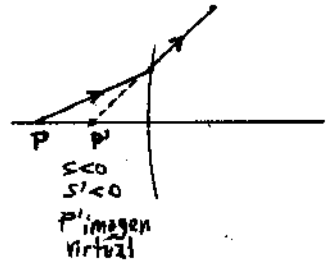


$$\frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } \beta} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{\text{sen } \beta}{\text{sen } \gamma} = \frac{b}{c}$$

$$\frac{\text{sen } \gamma}{\text{sen } \alpha} = \frac{c}{a}$$



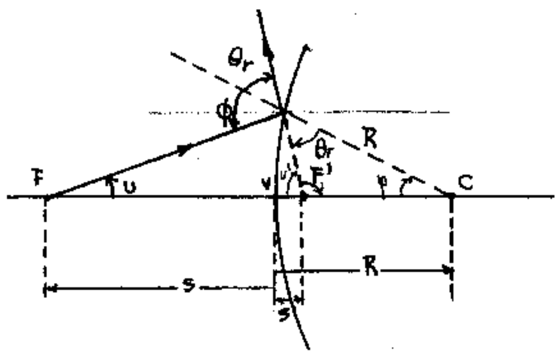


$$\boxed{\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n'-n}{R}} \qquad [1]$$

[1] no se puede aplicar si u es grande porque los rayos no convergerían en P' (aberración esférica).

Un hecho que hay que destacar es que todos los rayos que parten de F llegan a F' al mismo tiempo porque pese a que un rayo que pasa por el eje viaja más tiempo en n' que en n recorre un camino más corto en el medio de n pero uno más largo en n' y una cosa compensa la otra.

- Reflexión en una superficie esférica



Los rayos parecen provenir de una imagen en F'

$$\frac{\text{sen } \phi}{\text{sen } u} = \frac{R-s}{R}$$

$$\phi = -\theta_r \qquad \pi = -\theta_r - \psi + \pi + u'$$

$$\phi = \left(\frac{R-s}{R}\right) u \qquad \theta_r = -\psi + u'$$

$$\left(\frac{R-s}{R}\right)\frac{y}{s} \qquad -\phi = -\psi + u'$$

$$n = -n' \Rightarrow \frac{-n}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{-n-n}{R}$$

$$\psi = \frac{y}{R} \qquad u' = \frac{y}{s'}$$

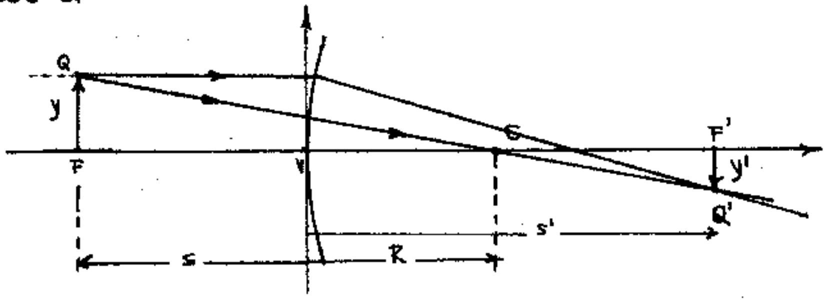
$$-n\left(\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}\right) = -\frac{2}{R}n \qquad u = \frac{y}{s}$$

$$\boxed{\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{R}}$$ para espejos

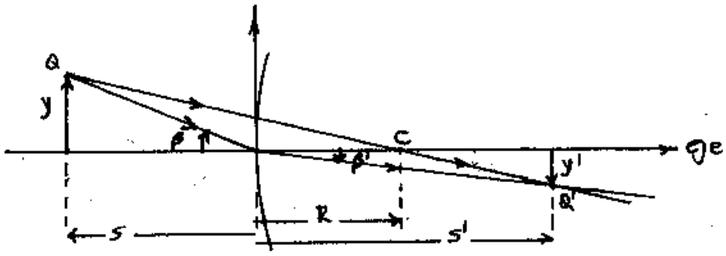
- Aumento lateral

Los rayos suelen incidir de todos los puntos de un objeto. Trataremos ahora los rayos que parten desde Q

① un rayo que une el centro de curvatura C con Q no se refracta



$$\boxed{m = \frac{y'}{y}}$$ aumento lateral



$$\beta = \frac{y}{s} \qquad \beta' \overset{<0}{=} \frac{y'}{s'} \qquad \frac{y'}{y} = \frac{s'.\beta'}{s.\beta}$$

$n.\ \text{sen}\,\beta = n'.\text{sen}\,\beta' \Rightarrow$ rayo paraxial $\qquad n.\frac{y}{s} = n'.\frac{y'}{s'}$

$$n.\beta = n'.\beta'$$

$$\frac{n}{n'} = \frac{\beta'}{\beta}$$

$$\boxed{m = \frac{y'}{y} = \frac{s'n}{s\,n'}}$$ para dioptras

$m > 0 \Rightarrow y', y$ mismo signo : la imagen y el objeto están del mismo lado. Imagen erecta

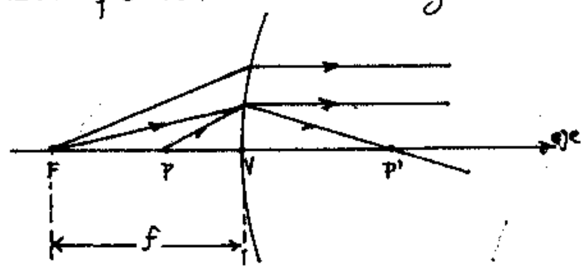
$m < 0 \Rightarrow y', y$ signos opuestos : imagen invertida

- Puntos Focales o Focos

FOCO OBJETO Punto Focal (F) de una superficie esférica es aquel punto que produce una imagen en el ∞ es decir que su ; $s' \to \infty$. Luego :

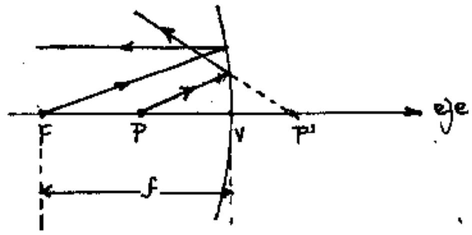
$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n'-n}{R} \qquad [2]$$

haciendo $\lim_{s' \to \infty}$ [2] nos da una distancia $s = f$ (distancia focal)



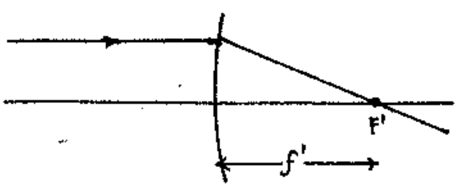
$$\lim_{s' \to \infty} \frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n'-n}{R} \Rightarrow -\frac{n}{s} = \frac{n'-n}{R}$$

$$\boxed{f = \frac{-n.R}{n'-n}}$$



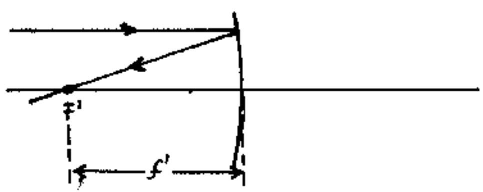
FOCO IMAGEN Punto Focal (F') de una superficie esférica es aquel punto imagen en el eje de un objeto en el infinito. es decir que su : $s \to \infty$. Luego:

haciendo $\lim_{s \to \infty}$ [2] nos da una distancia $s' = f'$ (2da distancia focal)



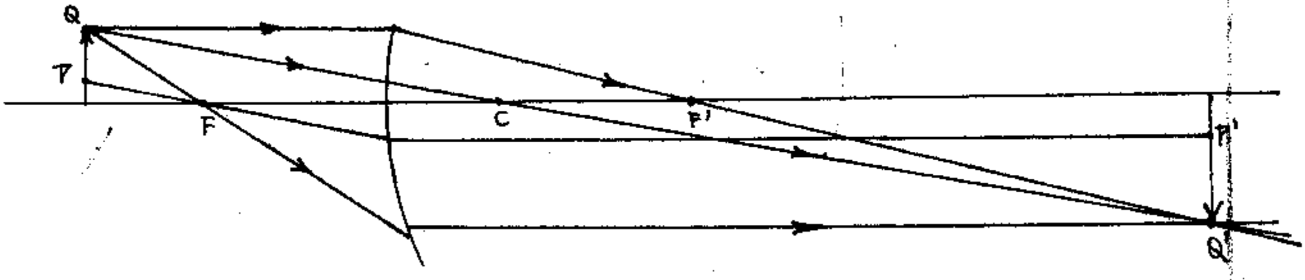
$$\lim_{s \to \infty} \frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n'-n}{R} \Rightarrow \frac{n'}{s'} = \frac{n'-n}{R}$$

$$\boxed{f' = \frac{n'.R}{n'-n}}$$

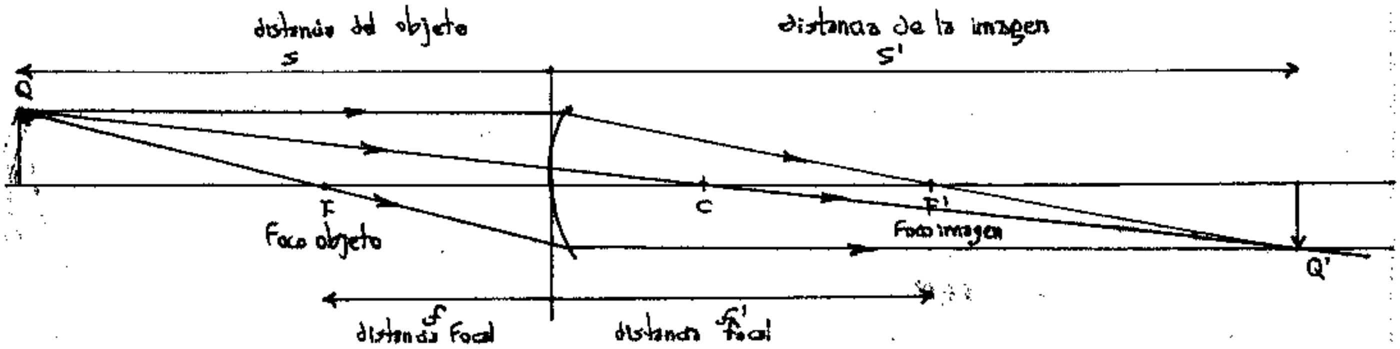


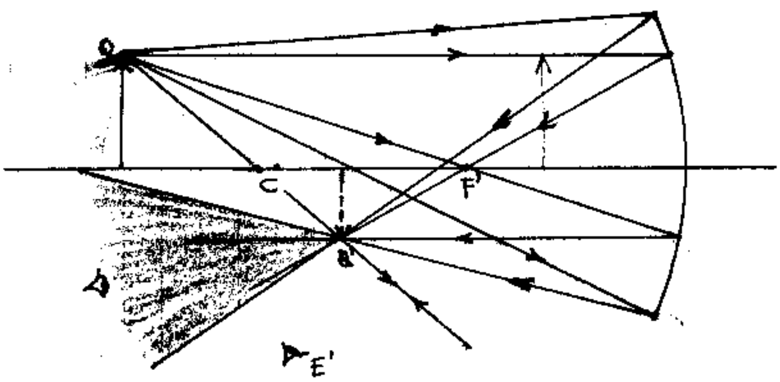
En un espejo $F = F' = \frac{R}{2} \quad \wedge \quad \boxed{\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{R}} \qquad \boxed{m = -\frac{s'}{s}}$ Para reflexión

• Método gráfico para hallar imágenes formadas por refracción



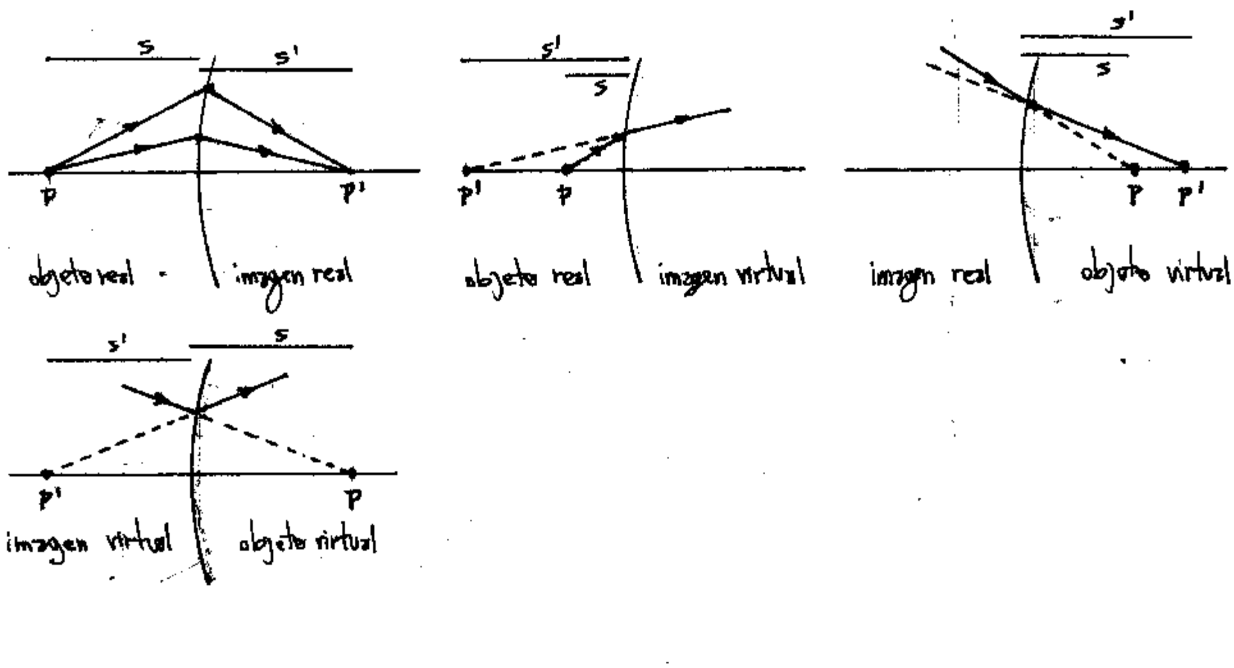
① rayo que pasa por C no se refracta
② rayo que entra paralelo (puede ser del infinito) se refracta pasando por F'
③ rayo que pasa por F se refracta paralelo



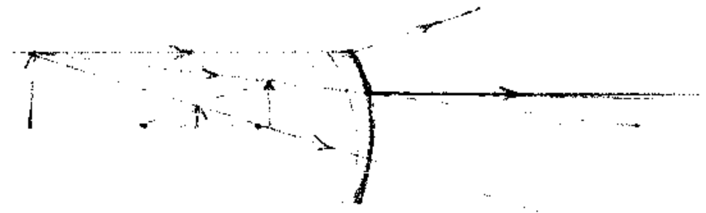


Una vez que se halla la posición de la imagen podemos trazar otros rayos (en azul) que determinan el cono de visibilidad de la flecha verde [imagen real]. Un ojo en E' no ve la imagen de la flecha

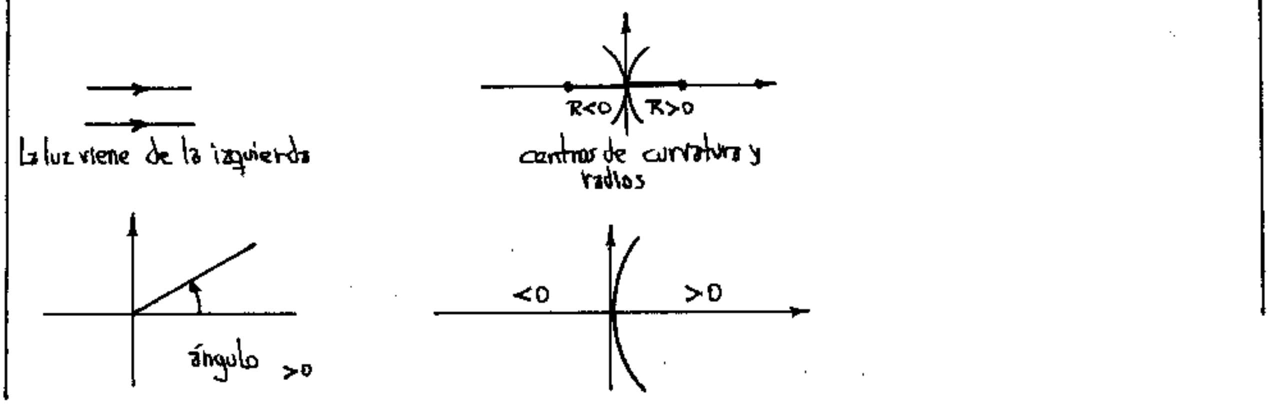
La distancia mínima de visión clara es de 25 cm

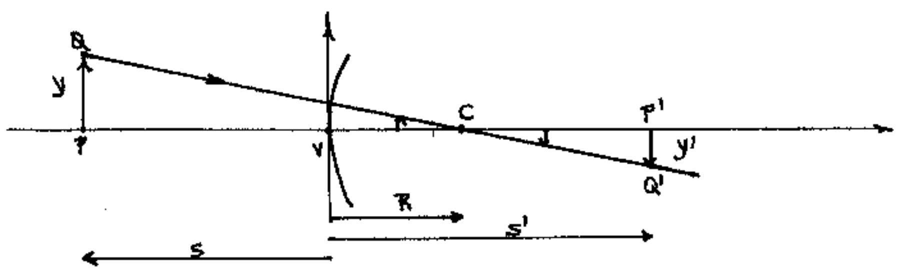


③



Set de Convenciones





$$\frac{-y'}{y} = \frac{s'-R}{R-S}$$

$$\operatorname{sen}\varphi = \frac{y}{R-S} \Rightarrow$$

$$\operatorname{sen}(-\varphi) = \frac{y'}{s'-R}$$

$$\frac{y'}{y} = -\frac{(\operatorname{sen}\varphi).(s'-R)}{\operatorname{sen}\varphi . R-S}$$

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n'-n}{R} \qquad m = \frac{y'}{y} = \frac{s'-R}{S-R} = \frac{s'n}{sn'}$$

$$\frac{n's - ns'}{s's} = \frac{n'-n}{R}$$

[illegible]

[illegible]