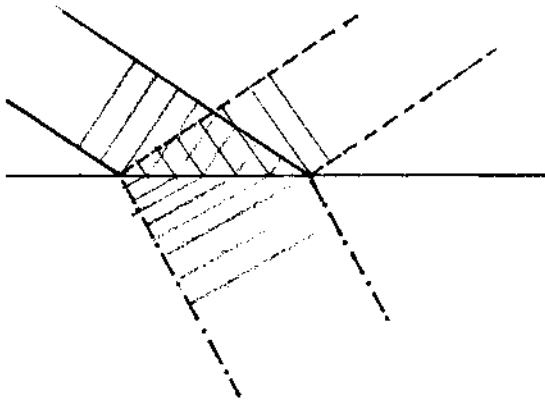


# Optica Geométrica

①

## • Reflexión y Refracción sobre superficies planas

Primero se considera el problema de un tren de ondas electromagnéticas planas, viajando en un medio e incidiendo en una superficie plana que limita un segundo medio en el cual la velocidad de propagación es diferente.



Generalmente se originan:

- 1 - un tren de ondas reflejado
- 2 - un tren de ondas transmitido

## • Leyes de Reflexión y Refracción

ley de la reflexión: una onda plana se refleja en una superficie plana con  $\theta_i = \theta_r$

ley de la refracción:

$$\frac{\text{sen } \theta_i}{\text{sen } \theta_t} = \frac{v}{v_t}$$

con  $n = \frac{c}{v}$  y  $n' = \frac{c}{v_t}$

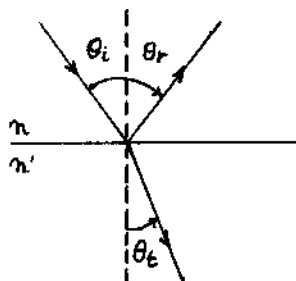
$$\Rightarrow \frac{\text{sen } \theta_i}{\text{sen } \theta_t} = \frac{n'}{n} \Rightarrow$$

$$n \cdot \text{sen } \theta_i = n' \cdot \text{sen } \theta_t$$

Ley de Snell

## • Reflexión y refracción como rayos

El tren de ondas se puede representar mediante rayos



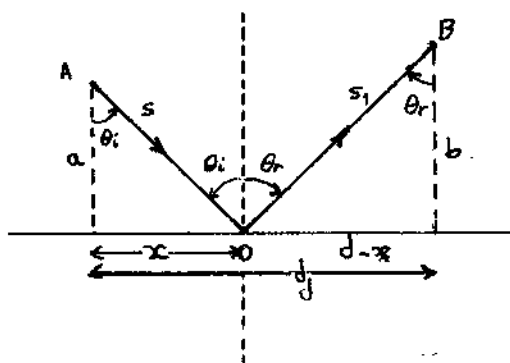
todos los rayos (reflejado, incidente y refractado) están en el mismo plano

• Principio de Fermat del Tiempo mínimo [1658]

El camino que recorre la luz de un punto a otro es aquel en el cual emplea el menor tiempo (en realidad el tiempo empleado es un extremo)

En un medio homogéneo la luz viaja en líneas rectas; si la luz atraviesa otros medios en uno de ellos su camino debe ser una línea recta

reflexión:



$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow$$

$$t = \frac{s + s_1}{v}$$

$$t = \frac{\sqrt{x^2 + a^2}}{v} + \frac{\sqrt{(d-x)^2 + b^2}}{v}$$

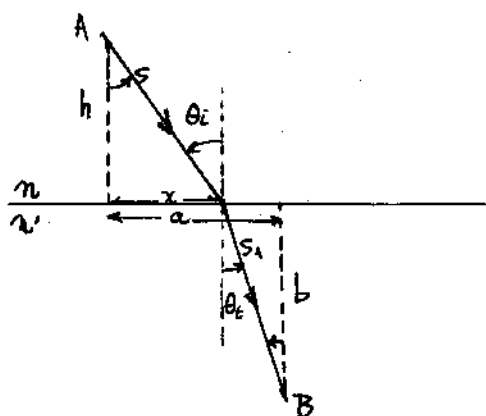
$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{v} \cdot \left( \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} + \frac{d-x}{\sqrt{(d-x)^2 + b^2}} \right)$$

buscando el mínimo:  $\frac{dt}{dx} = 0$

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{d-x}{\sqrt{(d-x)^2 + b^2}}$$

$$\text{sen } \theta_i = \text{sen } (-\theta_r) \Leftrightarrow \theta_i = \theta_r$$

refracción:



$$t = \frac{s + s_1}{v}$$

$$t = \frac{\sqrt{h^2 + x^2}}{v} + \frac{\sqrt{b^2 + (a-x)^2}}{v'}$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{v} \cdot \frac{x}{\sqrt{h^2 + x^2}} + \frac{1}{v'} \cdot \frac{-(a-x)}{\sqrt{b^2 + (a-x)^2}}$$

si  $\frac{dt}{dx} = 0$

$$\frac{1}{v} \cdot \frac{x}{\sqrt{h^2 + x^2}} = -\frac{1}{v'} \cdot \frac{-(a-x)}{\sqrt{b^2 + (a-x)^2}}$$

$$\frac{1}{v} \text{sen } \theta_i = -\frac{1}{v'} \text{sen } \theta_t \Leftrightarrow$$

$$\frac{\text{sen } \theta_i}{\text{sen } (-\theta_t)} = \frac{v'}{v}$$

$$n = \frac{c}{v} \quad n' = \frac{c}{v'}$$

$$\frac{v'}{v} = \frac{c}{n} \cdot \frac{n'}{c} = \frac{n'}{n}$$

• Reflexión de una onda esférica en una superficie plana

Los frentes de onda son, en un medio homogéneo, superficies esféricas concéntricas con la fuente. Al ser reflejados parecen ser ondas provenientes de una fuente ubicada a igual distancia respecto de la superficie reflectora (Fig. A). El mismo resultado se obtiene considerando

rayos que emergen de P (Fig. B)

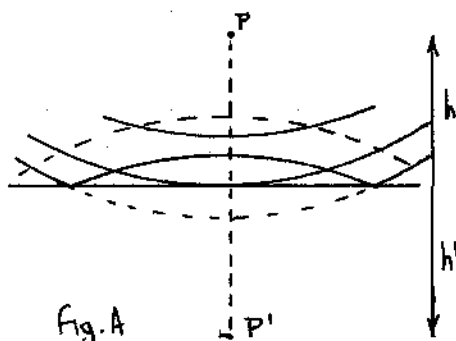


Fig. A

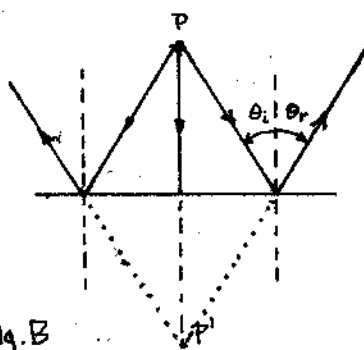


Fig. B

P' es la imagen de P

• Imágenes en espejos planos

La imagen de un punto formada por un espejo plano se halla en la normal al espejo y se halla a una distancia  $h' = h$  pero de signo contrario

②

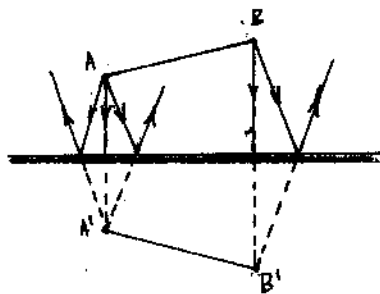
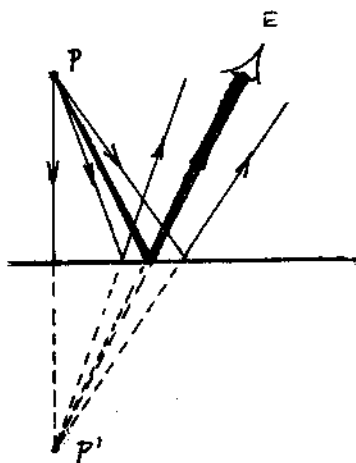


imagen virtual: formada por proyecciones de los rayos  
imagen real: formada por los mismos rayos

La imagen A'B' del segmento AB es una imagen virtual



El ojo E del observador solo ve a P' por la pequeña porción de rayos reflejados (en rojo) que llega a su pupila.

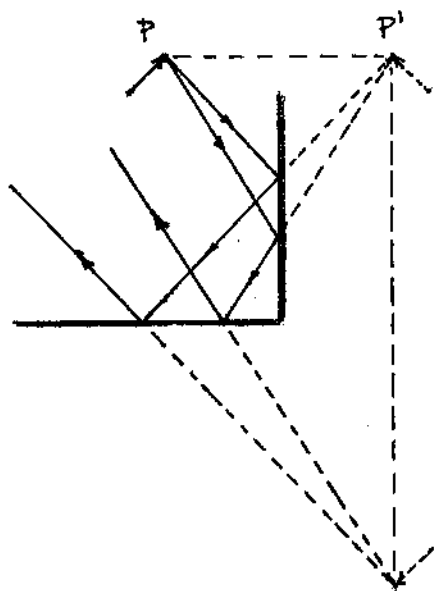
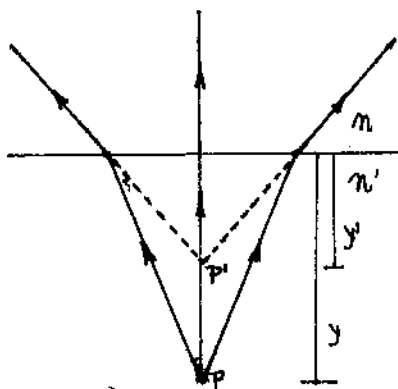


imagen erecta: cuando la imagen del objeto tiene las mismas dimensiones y el mismo sentido transversal que el objeto

imagen invertida: la imagen invertida invierte lo izquierdo y lo derecho.

● Refracción en una superficie plana



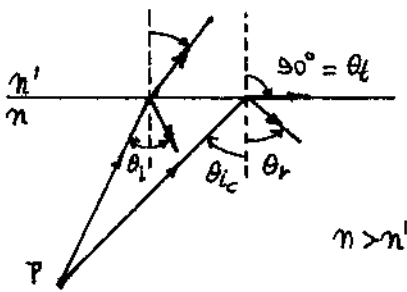
$n' > n$

● Reflexión total interna

$\theta_{ic}$  = ángulo para el cual el rayo refractado emerge tangente a la superficie de interfase. Es decir que produce un  $\theta_t = \pi/2$ .

Más allá del  $\theta_c$  [ $\theta_i > \theta_{ic}$ ] no hay rayos refractados sino que se produce una reflexión total.

Esta reflexión total solo tiene lugar si el índice del medio del rayo incidente es mayor al de la superficie sobre la que incide

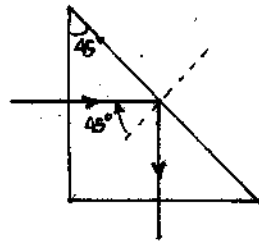


$$\theta_{ic} = \text{asen} \left( \frac{n'}{n} \right)$$

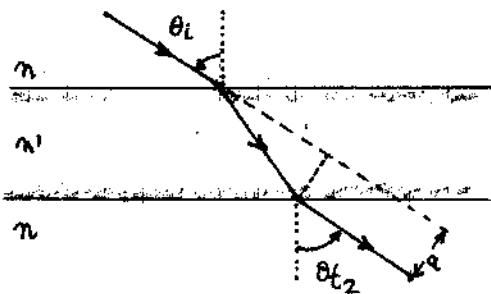
● Prismas de reflexión

La reflexión total interna se aprovecha en ciertos prismas de uso en instrumentos ópticos.

La luz se refleja totalmente a partir de unos  $42^\circ$  para un prisma de vidrio



● Refracción en una lámina paralela

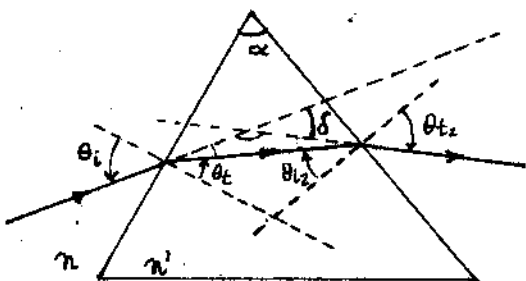


Para este caso se puede comprobar, mediante ley de Snell que

$$\theta_i = \theta_t$$

es decir que los rayos incidente y refractados son paralelos. Solo resulta el rayo emergente desplazado una distancia  $a$ .

● Refracción por un prisma



$$\alpha + (90^\circ - \theta_t) + (90^\circ - \theta_{i2}) = 180^\circ$$

$$\text{A) } \alpha = \theta_t + \theta_{i2}$$

$$180^\circ - \delta + (\theta_{i2} - \theta_t) + (\theta_{t2} - \theta_{i2}) = 180^\circ$$

$$\text{B) } \delta = (\theta_{i2} - \theta_t) + (\theta_{t2} - \theta_{i2})$$

$$\delta = \theta_i + \theta_{t2} - \alpha$$

3

$$n' \cdot \sin \theta_{i2} = n \cdot \sin \theta_t \Rightarrow \theta_t = \arcsin \left( \frac{n'}{n} \cdot \sin \theta_{i2} \right)$$

$$n \cdot \sin \theta_i = n' \cdot \sin \theta_t \Rightarrow \theta_t = \arcsin \left( \frac{n}{n'} \cdot \sin \theta_i \right)$$

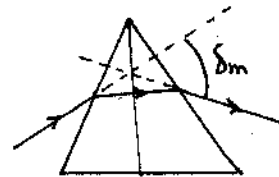
$$\theta_{i2} = \alpha - \theta_t \Rightarrow \theta_{i2} = \alpha - \arcsin \left( \frac{n}{n'} \cdot \sin \theta_i \right)$$

$$\begin{aligned} \theta_t &= \arcsin \left[ \frac{n'}{n} \cdot \sin (\alpha - \theta_t) \right] \\ &= \arcsin \left[ \frac{n'}{n} \cdot (\sin \alpha \cdot \cos \theta_t - \sin \theta_t \cdot \cos \alpha) \right] \\ &= \arcsin \left[ \frac{n'}{n} \cdot (\sin \alpha \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \theta_t} - \sin \theta_t \cdot \cos \alpha) \right] \\ &= \arcsin \left[ \frac{n'}{n} \cdot \left( \sin \alpha \cdot \sqrt{1 - \frac{n^2}{n'^2} \sin^2 \theta_i} - \frac{n}{n'} \sin \theta_i \cdot \cos \alpha \right) \right] \\ &= \arcsin \left[ \frac{n'}{n} \sin \alpha \cdot \frac{\sqrt{n'^2 - n^2 \sin^2 \theta_i}}{\sqrt{n'^2}} - \frac{n'}{n} \frac{n}{n'} \sin \theta_i \cdot \cos \alpha \right] \\ \theta_t &= \arcsin \left[ \frac{1}{n} \cdot \sin \alpha \cdot \sqrt{n'^2 - n^2 \sin^2 \theta_i} - \sin \theta_i \cdot \cos \alpha \right] \end{aligned}$$

$$\delta = \theta_i + \arcsin \left( \frac{1}{n} \sin \alpha \cdot \sqrt{n'^2 - n^2 \sin^2 \theta_i} - \sin \theta_i \cdot \cos \alpha \right) - \alpha$$

El ángulo de desviación tiene un mínimo cuando:

$$\frac{n'}{n} = \frac{\sin \left( \frac{\alpha + \delta_m}{2} \right)}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$



$\delta_m$  se da cuando el rayo pasa a través del prisma simétricamente

de aquí resulta:

$$\delta_m = 2 \cdot \arcsin \left( \frac{n'}{n} \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \right) - \alpha$$

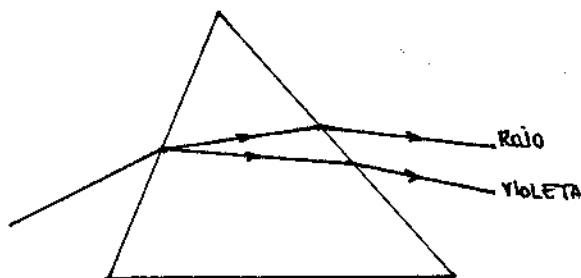
Asimismo si  $\alpha$  es pequeño, podemos aproximar

$$\delta_m = 2 \cdot \frac{n'}{n} \cdot \frac{\alpha}{2} - \alpha \Rightarrow \delta_m = \left( \frac{n'}{n} - 1 \right) \cdot \alpha$$

### • Dispersión

La luz blanca se compone de varios colores de diferente longitud de onda ( $\lambda$ ). Como  $n = f(\lambda)$  se deduce que diferentes colores de luz tienen diferentes índices de refracción.

Cuando la sustancia refracta en forma diferente a un color que otro se dice que produce dispersión



dispersión de la luz blanca en su espectro

Poder de dispersión  $[\omega]$ : Sean:

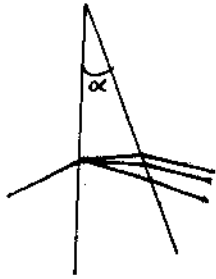
$\lambda_A, \lambda_{Am}, \lambda_r$  de la luz con  
 $n_A, n_{Am}, n_r \Rightarrow$

$$\omega = \frac{n_A - n_r}{n_{Am} - 1}$$

poder de dispersión de una sustancia

el  $\delta_{am}$  se puede ver como la "desviación media" del espectro y el resto  $\delta_A - \delta_r$  puede verse como la medida de la dispersión: el "ancho" de la misma.

Si  $\alpha \rightarrow$  pequeño;  $\delta$  es pequeño y podemos decir que cada rayo pasa a través del prisma con su ángulo de mínima desviación  $\Rightarrow$



$$\delta_A = (n_A - 1) \alpha$$

$$\delta_{am} = (n_{am} - 1) \alpha$$

$$\delta_r = (n_r - 1) \alpha \quad \therefore$$

$$\delta_A - \delta_r = n_A - 1 - n_r + 1 = n_A - n_r \quad \text{dispersión}$$

$$\frac{\delta_A - \delta_r}{\delta_{am}} = \frac{n_A - n_r}{n_{am} - 1} = \omega$$

### • Prismas acromáticos y de visión directa

Se pueden combinar dos o más prismas para obtener un sistema donde

① un rayo de cierto  $\lambda$  no se desvía ( $\delta = 0$ ), mientras los demás sí lo hacen y la dispersión  $\delta_A - \delta_r$  es importante - PRISMA de VISIÓN DIRECTA -

② la desviación para las diferentes líneas es la misma ( $\delta_A^* = \delta_r$  por ejemplo) - PRISMA ACROMÁTICO -