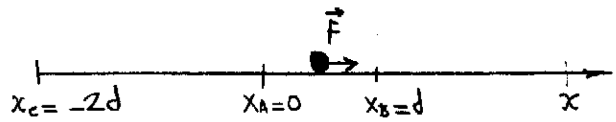
TRABAJO & ENERGIA

1.



a) i) $F = -kx$

$$W_{A\to B} = \int_A^B -kx.dx = -k.\frac{x^2}{2}\Big]_A^B = -k.\frac{B^2}{2} + k.\frac{A^2}{2} = \boxed{-\frac{k}{2}(B^2 - A^2)} = -\frac{k}{2}.d^2$$

$\overrightarrow{AB}$
$$\int_A^B |-kx|.|dx|.\cos\pi = -\int_A^B kx.dx = -\int_0^d kx\,dx = \boxed{-\frac{1}{2}k.d^2}$$

$\overleftarrow{BC}$
$$W_{B\to C} = -\int_C^B -kx.dx = k\frac{x^2}{2}\Big]_C^B = \frac{1}{2}k(B^2 - C^2) = \frac{1}{2}k(d^2 - 4d^2) = \boxed{-\frac{1}{2}k\,3d^2}$$

$$\int_C^B |-kx|.|dx|.\cos\pi = -\int_C^B kx.dx = k\int_B^C x.dx = \frac{1}{2}k(C^2 - B^2)$$

$$W_{A\to C} = \int_{A\to C} -kx.dx = -\int_C^A -kx.dx = \frac{k.x^2}{2}\Big]_C^A = \frac{1}{2}k(-C^2) = \boxed{-\frac{1}{2}k.4d^2}$$

ii) $F = kx^2$

$$W_{A\to B} = \int_A^B kx^2\,dx = \frac{k}{3}x^3\Big]_A^B = \frac{1}{3}k(B^3 - A^2) = \boxed{\frac{1}{3}k.d^3}$$

$$W_{B\to C} = -\int_C^B kx^2.dx = -k\int_C^B x^2dx = -\frac{1}{3}k(B^3 - C^3) = -\frac{1}{3}k(d^3 - (-8d^3)) = \boxed{-3kd^3}$$

$$W_{A\to C} = -\int_C^A kx^2.dx = -\frac{1}{3}k(A^3 - C^3) = -\frac{k}{3}[-(-8d^3)] = \boxed{-\frac{1}{3}k\,8.d^3}$$

iii) $F = -k.x.|x|$

$x > 0 \overset{en}{\Rightarrow} [A,B]$

$$W_{A\to B} = \int_A^B -k\,x.|x|.dx = -k\int_A^B x.|x|.dx = -k.\frac{x^3}{3}\Big]_A^B = \boxed{-k\frac{d^3}{3}} \qquad \boxed{-\frac{7}{3}kd^3}$$

$$W_{B\to C} = W_{B\to A} + W_{A\to C} = -(W_{A\to B}) + \int_C^A \overbrace{-kx|x|.dx}^{x<0} = \boxed{k.\frac{d^3}{3} + -\frac{8}{3}kd^3}$$

$$W_{A\to C} = -\int_C^A -k\,x|x|\,dx = -\int_C^A kx^2dx = -\frac{k}{3}(A^3 - C^3) = -\frac{k}{3}(-(-8d^3)) = \boxed{-\frac{k\,8\,d^3}{3}}$$

b) (i) si $A<B$

$W_{A\to B} = Ep_A - Ep_B \quad \wedge \quad -\frac{dEp}{d\vec{r}} = \vec{F}$

$Ep_A - Ep_B = -\frac{k}{2}d^2$

$Ep_B - Ep_C = -\frac{3}{2}kd^2$

$Ep_A - Ep_C = -2kd^2$

$\Big\} \ominus \Rightarrow Ep_A - Ep_B = -\frac{1}{2}k.d^2$

$-dEp = -kx.dx$

$Ep = -\int -kx.dx + \underset{0}{C}$

$\boxed{Ep = \frac{1}{2}x^2k}$

(ii)

$-dEp = \vec{F}.d\vec{r}$

$-Ep = \int kx^2.dx \Rightarrow \boxed{Ep = -\frac{1}{3}k\,x^3}$

(iii) $-E_p = \int k.x|x|.dx$ → la integral es jodida

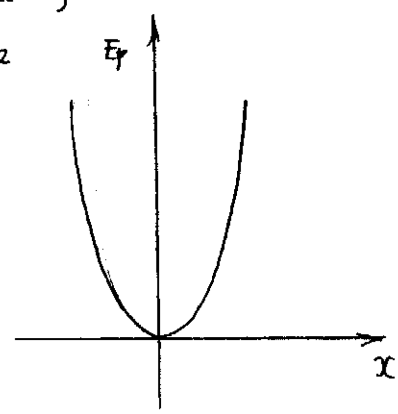
$$W_{A\to B} = \underbrace{-\frac{1}{3}k\,d^3}_{E_{p_B}} + \underbrace{\frac{1}{3}k.\emptyset^3}_{E_{p_A}} = -\frac{1}{3}k\,x^3$$

$$W_{B\to C} = -\frac{7}{3}k\,d^3 \neq -\frac{1}{3}k\,d^3 + \frac{1}{3}k(-8.d^3) = -3\,k\,d^3$$

$\vec{F} = k.x|x|$ no es una F. conservativa

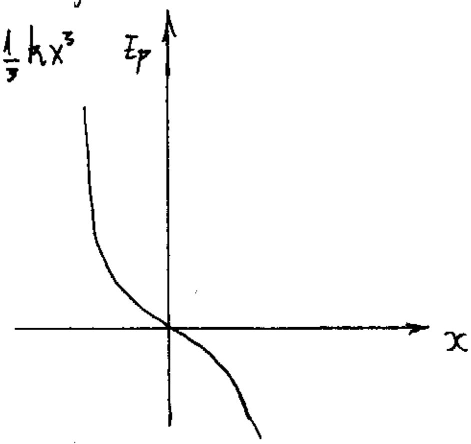
fuerza i)

$E_p = \frac{1}{2}kx^2$

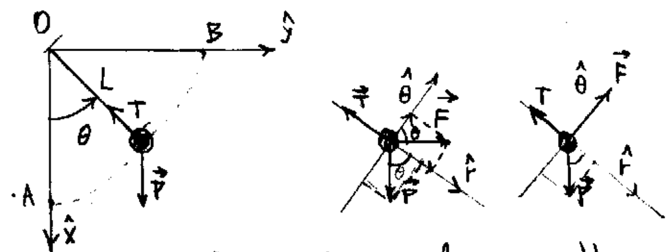


fuerza ii)

$E_p = -\frac{1}{3}kx^3$



2.



desplazamiento en $\hat{\theta}$

$F = F_0.\cos\theta$ ← fuerza variable

a) i. $W_{A\to B} = \int_{A\to B} \vec{F}.d\vec{r} = \int_A^B \left[(F_0.\cos\theta.\cos\theta)\hat{\theta} + (F_0.\cos\theta.\mathrm{sen}\,\theta)\hat{r}\right].\left[(\emptyset)\hat{r} + L.d\theta.\hat{\theta}\right]$

$W_{A\to B} = \int_A^B F_0.\cos^2\theta.L.\,d\theta = F_0.L\int_{A=0}^{B=\pi/2}\cos^2\theta.d\theta = F_0.L.\left(\left(\frac{1}{4}\mathrm{sen}(2B) + \frac{B}{2}\right) - \left(\frac{1}{4}\mathrm{sen}\,2A + \frac{A}{2}\right)\right)$

$\boxed{W_{A\to B} = F_0.L.\frac{\pi}{4}}$

$\int\cos^2\theta.d\theta = \int(1-\mathrm{sen}^2\theta)d\theta$

$\theta - \int\mathrm{sen}^2\theta.d\theta$

$\theta - \frac{1}{2}\theta + \frac{1}{4}\mathrm{sen}(2\theta)$

$\frac{1}{2}\theta + \frac{1}{4}\mathrm{sen}(2\theta)$

ii. $W_{A\to B} = \int_A^B \underbrace{(F_0.\cos\theta)}_{\text{en }\hat{\theta}}.\underbrace{L.d\theta}_{\text{en }\hat{\theta}} = F_0.L.\int_{A=0}^{B=\pi/2}\cos\theta.d\theta =$

$= F_0.L.\left(\mathrm{sen}\,\pi/2 - \mathrm{sen}\,\emptyset\right) = \boxed{F_0.L = W_{A\to B}}$

b) i. $W_{B\to A} = -\int_A^B F_0.\cos^2\theta.L.d\theta = -F_0.L.\int_{A=0}^{B=\pi/2}\cos^2\theta.d\theta = \boxed{-F_0.L.\frac{\pi}{4} = W_{B\to A}}$

ii. $W_{B\to A} = -\int_A^B F_0.\cos\theta.L.d\theta = -F_0L\int_A^B\cos\theta.d\theta = \boxed{-F_0.L = W_{B\to A}}$

Los valores obtenidos son los inversos.

3.

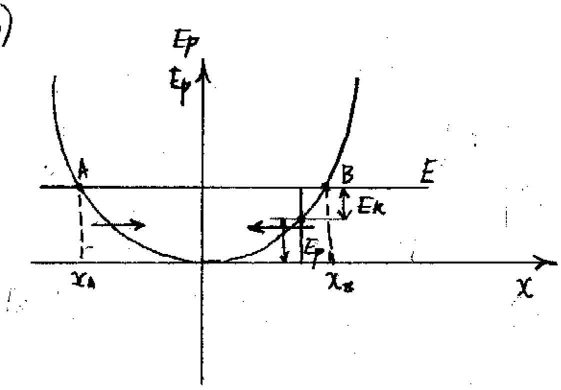
$\vec{F} = -a\,x^3\,\hat{x}$

a) $W_{A\to B} = -\int_A^B a.x^3.dx = -a\int_A^B x^3.dx = -a\,\frac{1}{4}.\,x^4\Big]_A^B = -\frac{a}{4}B^4 + \frac{a}{4}A^4 = \frac{1}{4}a(x_A)^4 - \frac{1}{4}a(x_B)^4$

con A<B ∴ $\boxed{E_p = \frac{1}{4}a\,x^4}$

F es conservativa porque su $W_{A\to B}$ se puede expresar como una diferencia entre 2 cantidades en A y en B.

b)

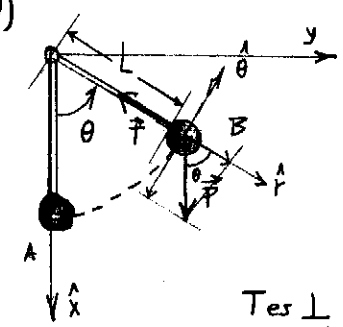


$E = E_k + E_p$

Dado un cierto valor de E la partícula oscila entre dos puntos. En (00) tiene un mínimo la E_p que es un punto de equilibrio estable.

Entre x_A y 0 $\frac{dE_p}{dt} < 0 \Rightarrow -\frac{dE_p}{dt} > 0 \Rightarrow F > 0$ y la partícula m se mueve hacia x_B mientras su E_p disminuye

4. a)



$r = L = k \Rightarrow \dot{r} = \ddot{r} = 0$

$\hat{r})$ $m.(-r.\dot{\theta}^2) = m.g.\cos\theta - T$

$\hat{\theta})$ $m.r.\ddot{\theta} = -m.g.\operatorname{sen}\theta$

$r.\ddot{\theta} = -g.\operatorname{sen}\theta$

T es $\perp$ al desplazamiento
$\Rightarrow$ no hace W

$\ddot{\theta} + \frac{g}{r}.\operatorname{sen}\theta = 0$

$$W_{A\to B} = \int_{A\to B} (-m.g.\operatorname{sen}\theta)\hat{\theta}.(L.d\theta)\hat{\theta}$$

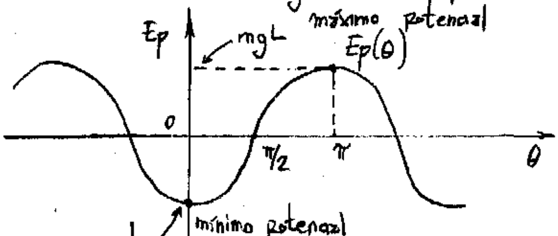
$$W_{A\to B} = -m.g.L\int_{A=0}^{B=\theta} \operatorname{sen}\theta.d\theta = -m.g.L\left[-\cos B - (-\cos A)\right]$$

$$= m.g.L\cos B - m.g.L.\cos A$$

$$W_{A\to B} = -m.g.L.\cos A - (-m.g.L.\cos B) \Rightarrow \boxed{E_p = -m.g.L.\cos\theta}$$

$F = -\frac{dE_p}{d\theta}$

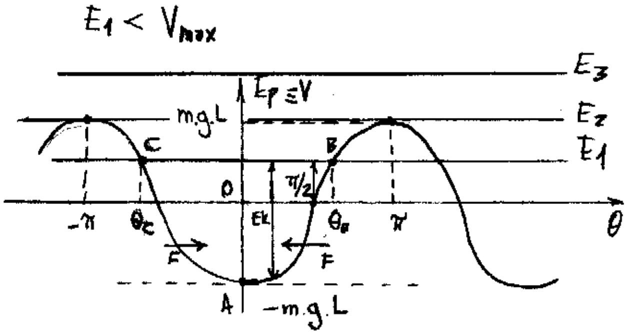
$$-mg\operatorname{sen}\theta = -\frac{dE_p}{d\theta.L}$$
$$mg\operatorname{sen}\theta.d\theta = dE_p$$
$$mg\int\operatorname{sen}\theta d\theta = E_p$$
$$-m.g.L\cos\theta = E_p$$



El peso es la única fuerza que actúa en el sistema
$\vec{T}$ es interna en el sistema barra-masa

b) Definimos $E_p = -m.g.L.\cos\theta \equiv V$

$E_1 < V_{max}$



* $E_1 < V_{max}$

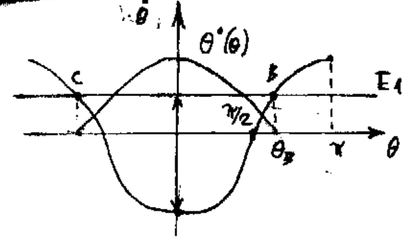
i) El cuerpo no supera los ángulos θ_c y θ_B oscilando entre los puntos C y B. tiene un punto de equilibrio estable que es $A = -m.g.L$

Para conseguir E_1 lo largamos desde el ángulo θ_B y del θ_A

ii)

$E = E_k + E_p$

$$E = \frac{1}{2}.m.v^2 - m.g.L.\cos\theta = \frac{1}{2}m.L^2\dot{\theta}^2 - m.g.L.\cos\theta = E$$



$$L\cdot\dot\theta^2 = \frac{2}{mL}\left(E + m.g.L.\cos\theta\right)$$

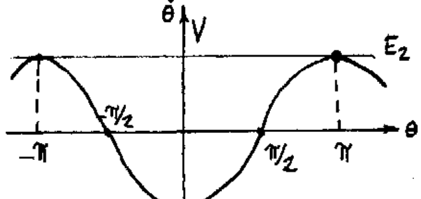
$$\dot\theta = \sqrt{\frac{2E}{mL^2} + \frac{g}{L}\cdot\cos\theta}$$

$$\dot\theta(\pi/2) = \sqrt{\frac{2E}{mL^2}}$$

$$0 = \frac{2E}{mL^2} + \underbrace{\frac{g}{L}.\cos\theta}_{-\frac{2E}{m.L^2}}$$

$$\dot\theta(\theta_b) = 0$$

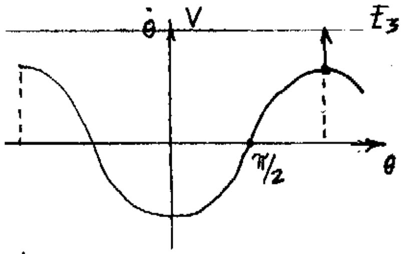
* $E_2 = V_{MAX}$



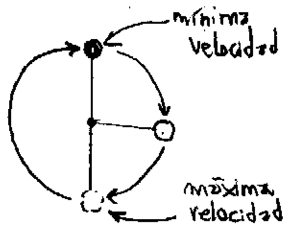
i) El cuerpo se mueve entre π y $-\pi$; puntos en los cuales su $V = L.\dot\theta$ es cero

ii)

* $E_3 > V_{max}$

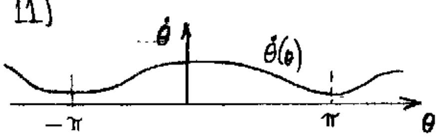


i) Su velocidad nunca es cero, por lo cual no oscila sino que gira constantemente en torno al centro con velocidad cambiante.

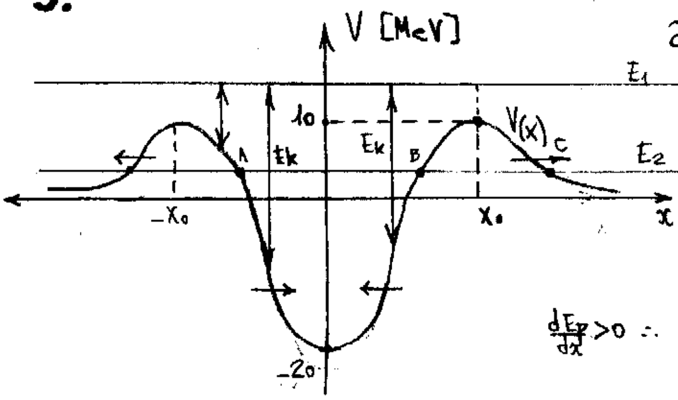


Para conseguir estos valores energéticos habría que aplicarle una fuerza extra al cuerpo y no simplemente dejarlo oscilar por su peso.

ii)



5.



$\frac{dEp}{dx} > 0 \therefore -\frac{dEp}{dx} < 0 \therefore F < 0$

a) V nuclear (potencial de la Fuerza del núcleo)

E_1:

Un protón que incide desde $x = \infty$ se ve rechazado hasta x_0 (su velocidad hasta ese punto disminuye) pero a partir de x_0 se ve atraído hasta el núcleo pero puede escapar (en $[0-x_0]$ su velocidad aumenta, en $[-x_0, 0]$ su V disminuye otra vez para volver a aumentar en $[-\infty, -x_0]$).

E_2:

Disminuye su velocidad hasta x_c. Luego, en x_c es $V(x_c) = 0$, comienza a alejarse nuevamente

Mientras esté en la zona $(-x_0, x_0)$ en principio se mantendrá [illegible] pero una pequeña absorción de energía puede [illegible] y escapar independientemente hacia $+\infty$ o $-\infty$. $-x_0$ y x_0 son puntos de equilibrio inestable

b)

$$E = E_k + E_p$$
$$E - E_p = E_k \geq 0$$
$$E - E_p \geq 0$$
$$E \geq E_p$$

Significa que en el intervalo donde es negativo el trabajo de $A \to B$ con $A < B$ es negativo y el trabajo de $B \to A$ con $A < B$ es positivo

c) $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-24}\ g = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ kg$

$$0 = E_K + E_p$$
$$E_K = -E_p$$
$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = 20\ \text{MeV}\ \text{máximo}$$

$$\frac{dyna \cdot cm}{10^7} = \frac{ergios}{10^7} \quad \text{———} \quad J = N \cdot m$$

$$v^2 = \frac{2 \cdot 20\ MeV}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ kg} = \frac{40 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ N\,m}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ kg} = 3{,}832 \cdot 10^{15}\ \cancel{kg} \cdot \frac{m^2}{s^2} \cdot \frac{1}{\cancel{kg}}$$

$$V = 61905800\ \frac{m}{s} = \boxed{61906\ \frac{Km}{s}}$$

Se le debe entregar como mínimo $\boxed{10\ MeV}$

$$E = E_K + E_p$$
$$10\ MeV = \frac{1}{2} m \cdot V^2 + \emptyset \Rightarrow \quad V^2 = \frac{2 \cdot 10\ MeV}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ kg} = \frac{20 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-12}\ \frac{g \cdot cm}{s^2} \cdot cm}{1{,}67 \cdot 10^{-24}\ g}$$

$$V^2 = 1{,}916 \cdot 10^{19}\ \frac{cm^2}{s^2}$$

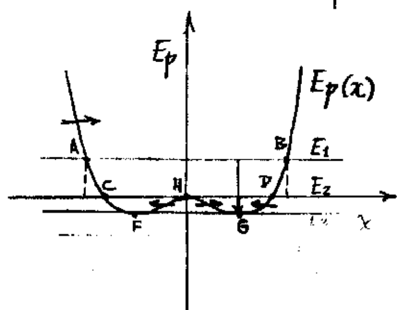
$$V = 4{,}3774 \cdot 10^9\ \frac{cm}{s} = \boxed{43.774\ \frac{Km}{s}}$$

6. $\vec{F} = (-ax^3 + bx)\hat{x}$

a) $$W_{A \to B} = \int_A^B (-ax^3 + bx) \cdot dx = \int_A^B -ax^3 \cdot dx + \int_A^B bx \cdot dx = -\frac{a}{4} x^4 \Big]_A^B + \frac{b}{2} x^2 \Big]_A^B$$

$$W_{A \to B} = -\frac{1}{4} a B^4 + \frac{1}{4} a A^4 + \frac{b}{2} B^2 - \frac{b}{2} A^2 = \frac{1}{4} a A^4 - \frac{b}{2} A^2 - \frac{1}{4} a B^4 + \frac{b}{2} B^2$$

$$W_{A \to B} = \left(\frac{a}{4} A^4 - \frac{b}{2} A^2\right) - \left(\frac{a}{4} B^4 - \frac{b}{2} B^2\right)$$



$$E_p = \frac{a}{4} x^4 - \frac{b}{2} x^2$$

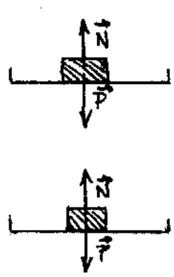
E_1: La partícula oscila entre x_A y x_B

E_2: la partícula oscila entre x_C y x_D teniendo a H como punto de equilibrio inestable; en principio puede hallarse en (x_C, x_h) o en (x_h, x_d) pero puede superar la barrera H con una pequeña excitación

b) Equilibrios
- F estable (mínimo V)
- H inestable (máximo V)
- G estable (mínimo V)

7.

i)



$$E = E_K + E_p$$

$$W_{A \to B} = E_{K_B} - E_{K_A} = E_{p_A} - E_{p_B} + W_{NC}$$

$$W_{A \to B} = \underbrace{W^{\vec{P}}}_{Fc} + \underbrace{W^{\vec{N}}}_{F_{NC}}$$