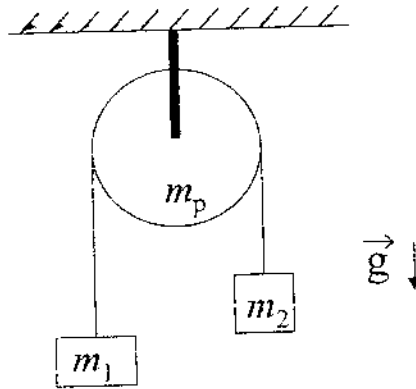
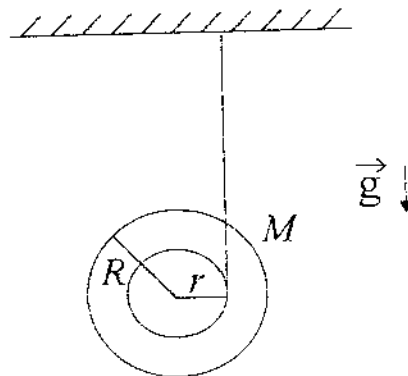


## DINÁMICA DEL CUERPO RÍGIDO

- 1 - El sistema de la figura consiste de dos cuerpos de masas  $m_1$  y  $m_2$  unidos por una cuerda inextensible que pasa a través de una polea cilíndrica homogénea de masa  $m_p$ , que no posee rozamiento con su eje. Calcule la aceleración de las masas. Observe que el resultado no depende del radio de la polea.

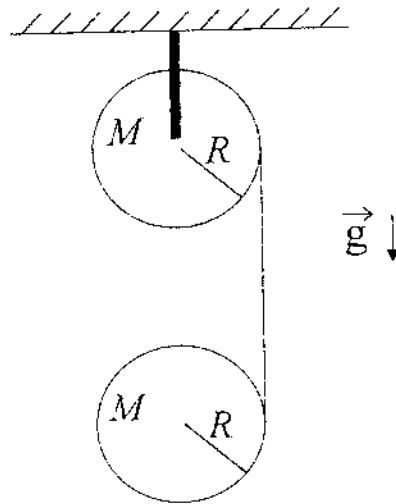


- 2 - Considere un yo-yo con radio exterior  $R$  igual a 10 veces su radio interior  $r$ . El momento de inercia  $I_o$  del yo-yo respecto de su centro de masa está dado por  $I_o = 1/2MR^2$ , donde  $M$  es la masa total del yo-yo. El extremo final de la cuerda se mantiene en reposo y ésta no desliza respecto del yo-yo.
- Calcule la aceleración del centro de masa del yo-yo. Cómo es comparada con  $g$ ?
  - Encuentre la tensión en la cuerda a medida que el yo-yo desciende. Cómo es comparada con  $Mg$ ?

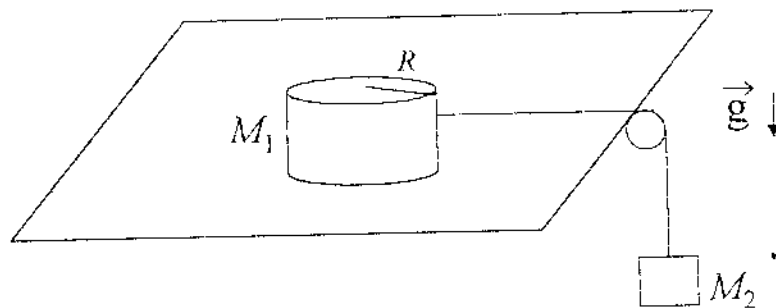


- 3 - En la figura se muestran dos cilindros homogéneos de radio  $R$  y masa  $M$ . El cilindro de arriba, sostenido por un eje horizontal a través de su centro, rota libremente. Se enrosca una cuerda y se deja caer el cilindro inferior. La cuerda no desliza respecto de los cilindros.
- Cuál es la aceleración del centro de masa del cilindro inferior?
  - Calcule la tensión de la cuerda.

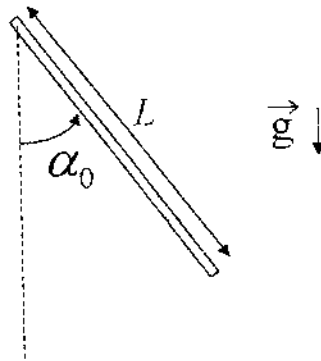
- c) Calcule la velocidad del centro de masa del cilindro inferior, cuando ha caído una distancia  $10R$ .



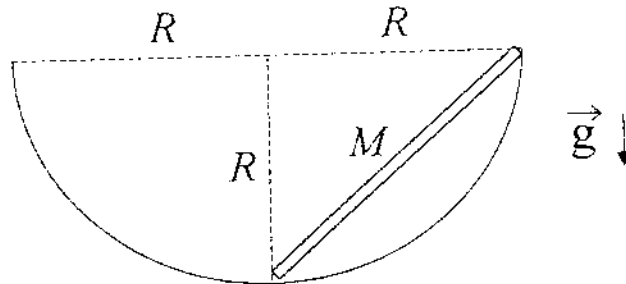
- 4.- Un disco cilíndrico homogéneo de radio  $R$  y masa  $M_1$  es arrastrado sobre una superficie horizontal sin fricción por una cuerda que está unida a un cuerpo de masa  $M_2$ , como se indica en la figura. Determine:
- la aceleración del centro del disco.
  - La aceleración angular del disco.
  - La aceleración del cuerpo de masa  $M_2$ .
  - La tensión en la cuerda.
  - La velocidad del centro de masa del disco cuando se ha desplazado una distancia igual a su diámetro, medida desde la posición en la que estaba en reposo.
  - La velocidad de la masa colgante en ese instante.



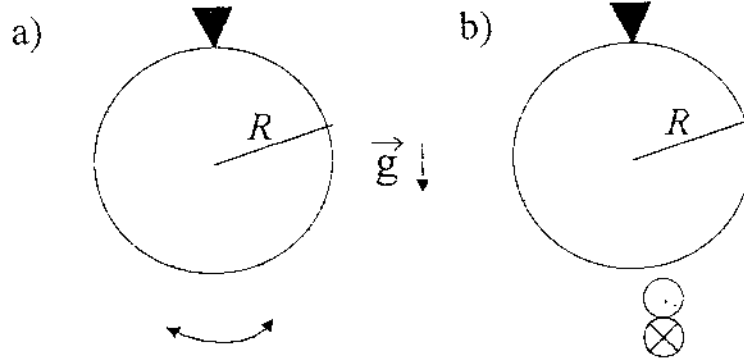
- 5 - Una barra homogénea delgada de masa  $M$  y longitud  $L$  puede girar libremente en torno de su eje fijo horizontal, tal como se indica en la figura. Se suelta la barra desde una posición que forma un ángulo  $\alpha_0$  con la vertical. Hallar:
- la velocidad angular de la barra cuando ésta pasa por la posición más baja.
  - la fuerza que ejerce el eje fijo sobre la barra cuando ésta pasa por la posición vertical.
  - Resuelva nuevamente por energía el punto a).



- 6) - Una varilla homogénea de masa  $M$  y longitud  $L$  es abandonada en reposo en la posición que se observa en la figura. Sus extremos deslizan sobre una superficie cilíndrica de radio  $R$ , sin rozamiento. La varilla se mueve en un plano vertical.
- Hallar, utilizando argumentos cinemáticos, el eje instantáneo de rotación de la varilla cuando ésta adopta la posición horizontal.
  - Calcule, por energía, la velocidad del centro de masa de la varilla cuando ésta adopta la posición horizontal.



- 7) - Un anillo de masa  $M$  y radio  $R$  cuelga de un soporte, tal que el anillo puede oscilar en su propio plano como un péndulo físico. Encuentre el periodo  $T_1$  de pequeñas oscilaciones. Suponga un anillo idéntico que puede girar en torno de un eje tangente al anillo y contenido en el plano del mismo. El anillo puede efectuar oscilaciones dentro y fuera del plano. Encuentre el periodo  $T_2$  de pequeñas oscilaciones. ¿Qué oscilación tiene el periodo más largo?

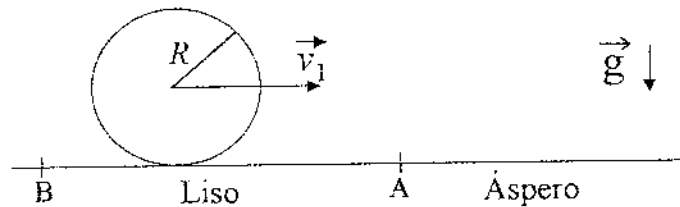


8) - Desde el extremo superior de un plano inclinado se sueltan, sin velocidad inicial, una esfera, un cilindro y un aro homogéneos, que bajan rodando hasta el extremo inferior del mismo.

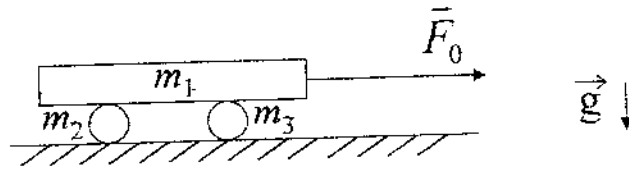
Demuestre que la esfera llega al piso en menos tiempo que el cilindro y éste en menos tiempo que el aro, cualquiera sean sus masas y sus radios.

9 - Un cilindro homogéneo de masa  $M$  y radio  $R$  se traslada sin rodar con velocidad  $\vec{v}_1$  en la parte exenta de rozamiento BA de una superficie horizontal. Más allá de A cambia la superficie de manera que a la derecha de A el coeficiente de rozamiento es  $\mu$ . Una vez que haya pasado el punto A, el cilindro deslizará primeramente sobre el plano áspero pero acabará rodando sin deslizar.

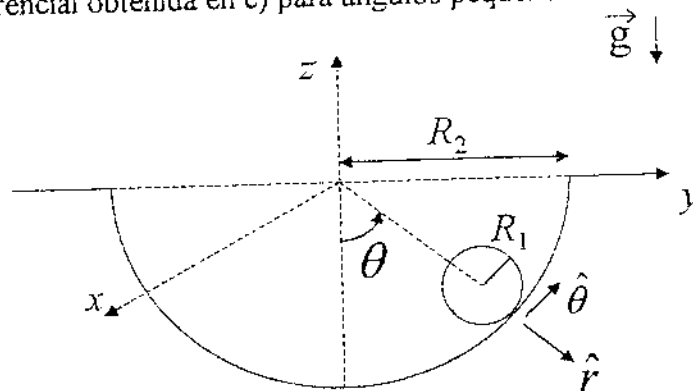
- Calcule en qué punto empezará a rodar sin deslizar (rodadura) y cuál será la velocidad correspondiente del centro de masa.
- Calcule la aceleración del cilindro y el valor de la fuerza de rozamiento a partir del punto en que entra en rodadura (punto C).
- Calcule la energía perdida entre el punto A y el punto C. Justifique el valor hallado por razonamientos energéticos.



10 - Una tabla de masa  $m_1$  está apoyada sobre dos cilindros sólidos de igual masa ( $m_2 = m_3$ ) y diámetro  $d$ . No hay deslizamiento entre la tabla y los cilindros ni entre los cilindros y la superficie horizontal. Se tira de la tabla con una fuerza constante  $\vec{F}_0$ . Calcule la velocidad de la tabla cuando se ha desplazado una distancia  $D$  desde la posición de reposo.

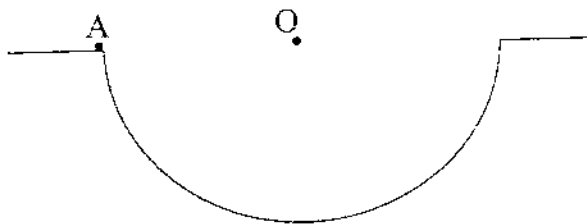


- 11) - Un cilindro homogéneo de radio  $R_1$  y masa  $m$  rueda sin resbalar (hay rozamiento) dentro de una cavidad semicilíndrica de radio  $R_2$  (ver figura).
- Si  $\theta$  es el ángulo de la figura y  $\vec{v}_{CM}$  es la velocidad del centro de masa del cilindro de radio  $R_1$ , escriba los vectores  $\vec{v}_{CM}$  y  $\dot{\vec{v}}_{CM}$  en función de datos y de las derivadas de  $\theta$  con respecto al tiempo.
  - Teniendo en cuenta los resultados de a) y que el cilindro rueda sin deslizar, exprese los vectores velocidad angular  $\vec{\Omega}$  y aceleración angular  $\dot{\vec{\Omega}}$  de este cilindro en función de datos y de las derivadas de  $\theta$  con respecto al tiempo.
  - Indique en un dibujo todas las fuerzas que actúan sobre el cilindro y plantee las ecuaciones de Newton y momentos para este cilindro. Obtenga una ecuación diferencial para  $\theta(t)$  y diga qué tipo de movimiento realiza el cilindro.
  - Si en el instante inicial  $\theta(t=0) = 0$  y  $\dot{\theta}(t=0) = \omega_0$ , diga cuál es la solución de la ecuación diferencial obtenida en c) para ángulos pequeños.



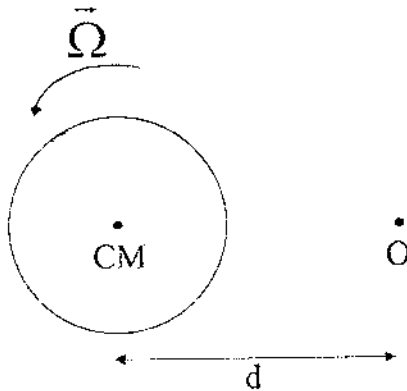
12 -Pregunta: En los problemas 6 y 11 discuta cuál o cuáles de las siguientes alternativas son incorrectas:

- $\vec{L}_A = I_A \vec{\Omega}$
- $\vec{L}_O = I_O \vec{\Omega}$
- $\vec{L}_{CM} = I_{CM} \vec{\Omega}$



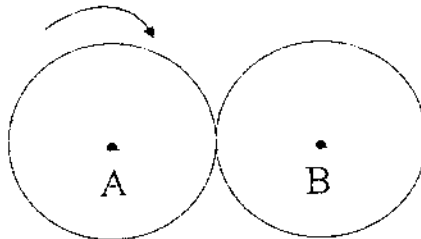
13 - Pregunta: El disco de la figura tiene su centro de masa fijo. Diga si es correcto que:

$$\vec{L}_O = I_O \vec{\Omega} = (I_{CM} + md^2) \vec{\Omega}.$$



14 - Considere dos rodillos iguales en contacto, como muestra la figura. Los ejes A y B están fijos y hay rodadura entre los rodillos.

- Muestre que  $\vec{L}_{total} = 0$  cualquiera sea la velocidad angular de rotación  $\Omega(t)$ . Es decir que  $\vec{L}_{total}$  se conserva en cualquier circunstancia.
- Si se coloca una manija a uno de los cilindros y se ejerce sobre ella un momento, ¿cómo justifica que se conserve  $\vec{L}_{total}$ ?



15 - Una persona está parada sobre una plataforma giratoria que rota con velocidad angular  $\omega$ . La persona tiene sus brazos extendidos horizontalmente y en cada mano sostiene un cuerpo de masa  $m$ . Repentinamente deja caer ambos cuerpos en forma simultánea; halle la velocidad angular final de la plataforma después del choque plástico de los cuerpos con la misma.

