

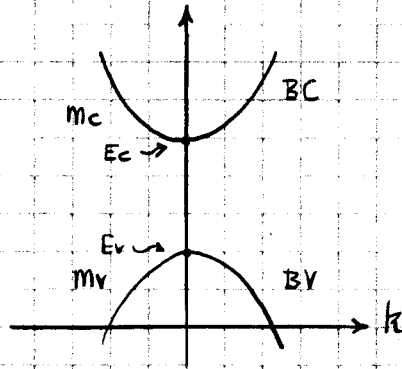
GUÍA 5:

Semiconductores

NOTA
FECHA

1.

i)



Sección parabólica \Rightarrow electrones libres
SC intrínsecos

$$E(k) = E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c}$$

$$E(k) = E_v - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_v}$$

$$k_c^2 = \frac{2m_c}{\hbar^2} (E - E_c) \quad k_v^2 = \frac{2m_v}{\hbar^2} (E_v - E)$$

$$\frac{dk}{dE} = \frac{\sqrt{2m_c}}{\hbar} \cdot \frac{1}{2} \frac{1}{(E - E_c)^{1/2}} = \frac{\sqrt{m_c}}{\hbar \sqrt{2(E - E_c)}}$$

$$g(E) = \frac{dn}{dE} = \frac{dn}{dk} \cdot \frac{dk}{dE}$$

$$n = \frac{k^3}{3\pi^2} \rightarrow \frac{dn}{dk} = \frac{k^2}{\pi^2}$$

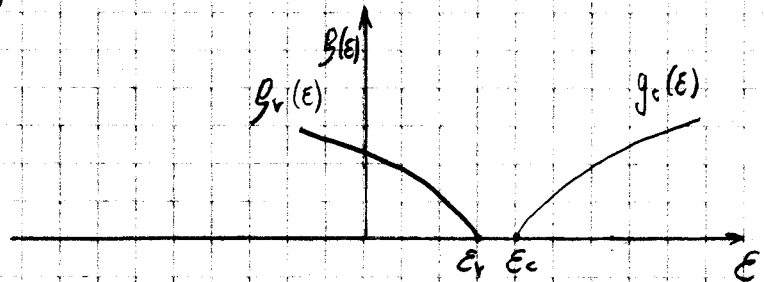
$$g_c(E) = \left(\frac{k^2}{\pi^2} \right) \sqrt{\frac{m_c}{2\hbar^2(E - E_c)}} = \frac{2m_c(E - E_c) \sqrt{m_c}}{\pi^2 \hbar^2 \sqrt{2\hbar^2(E - E_c)}}$$

$$g_c(E) = \frac{\sqrt{2} (E - E_c)^{1/2} m_c^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3}$$

$$g_c(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_c}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E - E_c)^{1/2}$$

$$g_v(E) = \frac{\sqrt{2} (E_v - E)^{1/2} m_v^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3}$$

$$g_v(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_v}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E_v - E)^{1/2}$$



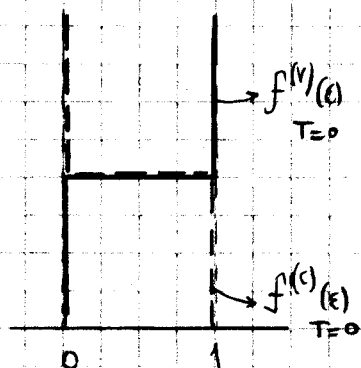
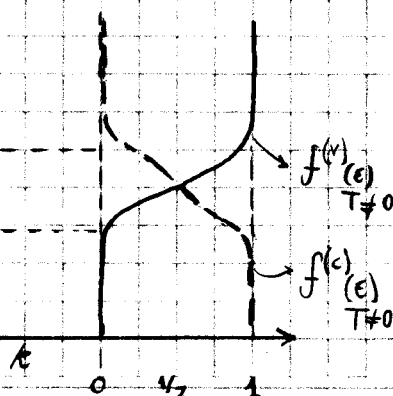
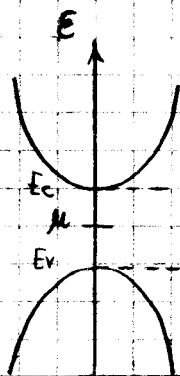
ii)

$$f_{FD}^{(c)}(E) = \frac{1}{e^{\beta(E - \mu)} + 1}$$

$$f_{FD}^{(v)}(E) = 1 - f_{FD}^{(c)}(E)$$

Si no se halla en BC está en BV [vale en general para SC intrínsecos/extrínsecos]

$$f_{FD}^{(v)}(E) = \frac{1}{e^{\beta(E - \mu)} + 1} = \frac{1}{1 + e^{\beta(\mu - E)}} = f_{FD}^{(c)}$$



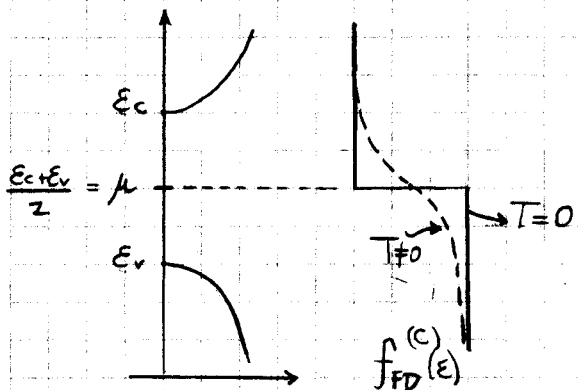
Hay cero e- hasta $\mu = E_v$ y 1 luego

si $\mu = \frac{E_c + E_v}{2} \rightarrow$

$$f_{FD}(E) = \frac{1}{e^{\beta(E - \frac{E_c + E_v}{2})} + 1}$$

el punto de inflexión está en μ que es

$$\mu(T=0) = E_F$$



si $E < \frac{E_c + E_v}{2} = \mu \rightarrow f_{FD}(E) \rightarrow 1$ pues $e^{\beta(E-\mu)} \rightarrow 0$
 si $E > \frac{E_c + E_v}{2} = \mu \rightarrow f_{FD}(E) \rightarrow 0$ pues $e^{\beta(E-\mu)} \rightarrow \infty$

iii)

$$n_c = \int_{E_c}^{+\infty} dE g_c(E) \frac{1}{e^{\beta(E-\mu)} + 1}$$

$$p_v = \int_{-\infty}^{E_v} dE g_v(E) \frac{1}{e^{\beta(\mu-E)} + 1}$$

Estas integrales en principio no se ven fáciles a menos que utilicemos alguna aproximación

iv)

$$E_c - \mu \gg kT$$

$$\mu - E_v \gg kT$$

μ en el interior del gap, lejos de las bandas

$$e^{\beta(E-\mu)} + 1 \approx e^{\beta(E-\mu)} \rightarrow f_{FD} \rightarrow e^{-\beta(E-\mu)}$$

$$e^{\beta(\mu-E)} + 1 \approx e^{\beta(\mu-E)} \rightarrow f_{FD}' \rightarrow e^{-\beta(\mu-E)}$$

$$\mu(T=0) = E_F = \frac{E_c + E_v}{2}$$

$$n_c \approx \int_{E_c}^{\infty} dE \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_c}{\hbar^2}\right)^{3/2} (E-E_c)^{1/2} e^{-\beta(E)} \cdot e^{\beta\mu}$$

$$p_v \approx \int_{-\infty}^{E_v} dE \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_v}{\hbar^2}\right)^{3/2} (E_v-E)^{1/2} e^{\beta(E)} \cdot e^{-\beta\mu}$$

Haciendo un cambio de variables

$$E - E_c = U$$

$$dE = dU$$

$$E_v - E = U$$

$$-dE = dU$$

$$n_c \approx \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_c}{\hbar^2}\right)^{3/2} \int_0^{\infty} dU U^{1/2} e^{-\beta(U+E_c)} \cdot e^{\beta\mu}$$

$$p_v \approx \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_v}{\hbar^2}\right)^{3/2} \int_0^{\infty} dU U^{1/2} e^{\beta(E_v-U)} \cdot e^{-\beta\mu}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p_v \approx \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_v}{\hbar^2}\right)^{3/2} \left(\int_0^{\infty} dU U^{1/2} e^{-\beta U} \right) e^{\beta E_v} \cdot e^{-\beta\mu} \\ n_c \approx \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_c}{\hbar^2}\right)^{3/2} \left(\int_0^{\infty} dU U^{1/2} e^{-\beta U} \right) e^{-\beta E_c} \cdot e^{\beta\mu} \end{cases}$$

$$p_v \approx \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_v}{\hbar^2} \right)^{3/2} \left[\int_0^\infty du \cdot u^{1/2} \cdot e^{-\beta u} \right] e^{\beta E_v} \cdot e^{-\beta \mu}$$

$$n_c \approx \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_c}{\hbar^2} \right)^{3/2} \left[\int_0^\infty du \cdot u^{1/2} \cdot e^{-\beta u} \right] e^{-\beta E_c} \cdot e^{\beta \mu}$$

En un SC intrínseco se tiene $p_v = n_c \equiv n_i \rightarrow$

$$\frac{m_v}{m_c} e^{\beta E_v} e^{-\beta \mu} = e^{-\beta E_c} e^{\beta \mu} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{m_v}{m_c} \right)^{3/2} e^{\beta(E_v + E_c)} = e^{\beta 2\mu}$$

$$\ln \left\{ \left(\frac{m_v}{m_c} \right)^{3/2} e^{\beta(E_v + E_c)} \right\} = \beta 2\mu$$

$$\frac{3}{2} \ln \left(\frac{m_v}{m_c} \right) + \beta(E_v + E_c) = \beta 2\mu$$

$$\boxed{kT \frac{3}{4} \ln \left(\frac{m_v}{m_c} \right) + \frac{1}{2}(E_v + E_c) = \mu_i(T)}$$

con masas típicas: $\frac{m_v}{m_c} = \frac{0,37m}{0,56m} \approx 0,66 \rightarrow \ln \left(\frac{m_v}{m_c} \right) \approx -0,41$

$$\mu_i(T) = \frac{E_v + E_c}{2} - kT \frac{3}{4} (0,41)$$

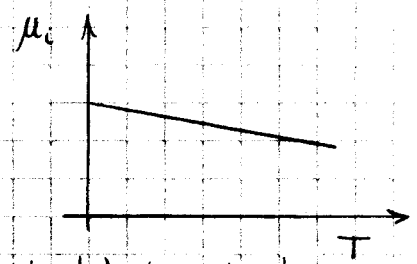
$$E_g = E_c - E_v \Rightarrow 2k_B T = 2 \cdot 0,025 \text{ eV} = 0,05 \text{ eV}$$

$$E_g \gg 0,05 \text{ eV}$$

con $E_g = 0,67 \text{ eV}$ resulta

$$\frac{E_g}{2} \gg k_B T \rightarrow 13,1 \gg 1$$

(Ambiente) lo cual estaría al borde de no cumplirse la no-degeneración.



V)

$$\int_0^\infty du \cdot u^{1/2} \cdot e^{-\beta u} = \int_0^\infty 2z dz z \cdot e^{-\beta z^2} = 2 \int_0^\infty dz \cdot z^2 \cdot e^{-\beta z^2}$$

$$-u \cdot e^{-\beta u} = \frac{2}{\beta} (e^{-\beta u})$$

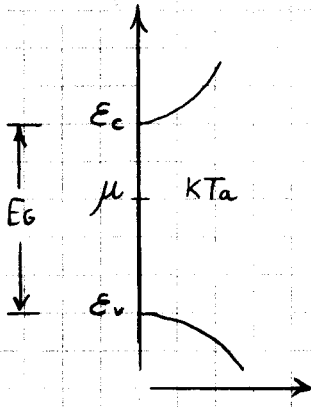
$$\frac{1}{2} \frac{du}{u^{1/2}} = dz \Rightarrow du = 2u^{1/2} dz = 2z dz$$

$$= \frac{2 \cdot \Gamma(3/2)}{2\beta^{3/2}} = \frac{N_2 \cdot \pi^{1/2}}{\beta^{3/2}}$$

$$P_v \cong \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_v}{\hbar^2} \right)^{3/2} (kT)^{3/2} \frac{\pi}{2} e^{\beta(\epsilon_v - \mu)} = \frac{1}{4} \left(\frac{2m_v kT}{\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{\beta(\epsilon_v - \mu)}$$

$$n_c \cong \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_c}{\hbar^2} \right)^{3/2} (kT)^{3/2} \frac{\pi}{2} e^{\beta(\mu - \epsilon_c)} = \frac{1}{4} \left(\frac{2m_c kT}{\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{\beta(\mu - \epsilon_c)}$$

2. i)



$$E_g = \epsilon_c - \epsilon_v$$

Las expresiones generales dan:

$$n_c = \int_{\epsilon_c}^{\infty} d\epsilon \cdot g_c(\epsilon) \frac{1}{e^{\beta(\epsilon - \mu)} + 1}$$

$$P_v = \int_{-\infty}^{\epsilon_v} d\epsilon \cdot g_v(\epsilon) \frac{1}{e^{\beta(\mu - \epsilon)} + 1}$$

$$\begin{cases} \epsilon_c - \mu \gg kT \\ \mu - \epsilon_v \gg kT \end{cases}$$

Estas expresiones se pueden reescribir para el caso SC No deg. como:

$$n_c \cong \int_{\epsilon_c}^{\infty} d\epsilon \cdot g_c(\epsilon) \cdot e^{-\beta(\epsilon - \mu)} = \int_{\epsilon_c}^{\infty} d\epsilon \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_c}{\hbar^2} \right)^{3/2} (\epsilon - \epsilon_c)^{1/2} e^{-\beta(\epsilon - \epsilon_c)} \cdot e^{-\beta(\epsilon_c - \mu)} \leftarrow \text{suma y resto } \epsilon_c$$

$$P_v \cong \int_{-\infty}^{\epsilon_v} d\epsilon \cdot g_v(\epsilon) \cdot e^{-\beta(\mu - \epsilon)} = \int_{-\infty}^{\epsilon_v} d\epsilon \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_v}{\hbar^2} \right)^{3/2} (\epsilon - \epsilon_v)^{1/2} e^{-\beta(\epsilon_v - \epsilon)} \cdot e^{-\beta(\mu - \epsilon_v)} \leftarrow \text{suma y resto } \epsilon_v$$

$$\equiv P_v(T)$$

$$n_c \cong N_c(T) \cdot e^{-\beta(\epsilon_c - \mu)} ; P_v \cong P_v(T) \cdot e^{-\beta(\mu - \epsilon_v)}$$

Para SC intrínsecas será: $n_c = P_v \Rightarrow N_c(T) \cdot e^{-\beta \epsilon_c} \cdot e^{\beta \mu} = P_v(T) \cdot e^{-\beta \mu} \cdot e^{\beta \epsilon_v}$

$$e^{2\beta \mu} = \frac{P_v(T)}{N_c(T)} \cdot e^{\beta(\epsilon_v + \epsilon_c)}$$

$$2\beta \mu = \ln \left(\frac{P_v(T)}{N_c(T)} \right) + \beta(\epsilon_v + \epsilon_c)$$

$$\mu = \frac{1}{2\beta} \cdot \ln \left(\frac{P_v(T)}{N_c(T)} \right) + \frac{1}{2} (\epsilon_v + \epsilon_c) \leftarrow -\epsilon_c + \epsilon_c$$

$$\mu(T) = \frac{1}{2\beta} \cdot \ln \left\{ \frac{P_v(T)}{N_c(T)} \right\} + \frac{-E_g + \epsilon_c}{2}$$

$$\frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_c}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_{\epsilon_c}^{\infty} d\epsilon (\epsilon - \epsilon_c)^{1/2} \cdot e^{-\beta(\epsilon - \epsilon_c)} = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_c}{\hbar^2} \right)^{3/2} \frac{\pi}{2} (kT)^{3/2}$$

$$\frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_v}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_{-\infty}^{\epsilon_v} d\epsilon (\epsilon_v - \epsilon)^{1/2} \cdot e^{-\beta(\epsilon_v - \epsilon)} = \frac{1}{4} \left(\frac{2m_v kT}{\pi \hbar^2} \right)^{3/2}$$

$$\mu(T) = \frac{kT}{2} \ln \left(\frac{m_c}{m_v} \right)^{3/2} - \frac{E_g + \epsilon_c}{2}$$

$$\epsilon_c - \mu - \frac{E_g}{2} = - \frac{kT}{2} \ln \left(\frac{m_c}{m_v} \right) \cdot \frac{3}{2}$$

$$kT_a - \frac{E_g}{2} = \frac{3kT}{4} \ln \left(\frac{m_v}{m_c} \right)$$

$$k_B = 1,3804 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$k_B T = 3,912 \cdot 10^{-21} \text{ J} \quad (300^\circ \text{K})$$

$$1 \text{ eV} \rightarrow 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$k_B T \approx 0,025 \text{ eV} \quad (300^\circ \text{K})$$

Números

$$0,025 \text{ eV} - \frac{E_G}{2} = \frac{3}{4} (0,025 \text{ eV}) \cdot \ln \left(\frac{m_v}{m_c} \right)$$

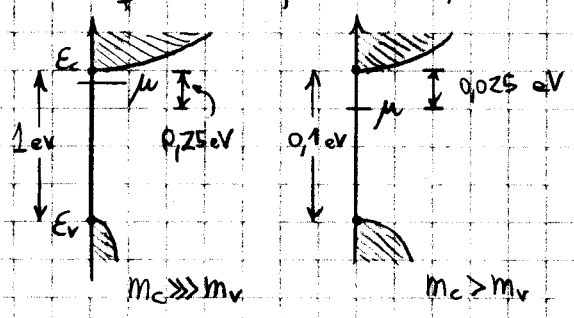
Sea $E_G = 1 \text{ eV} \Rightarrow -25,33 = \ln \left(\frac{m_v}{m_c} \right)$

$$9,95 \cdot 10^{-12} \approx \frac{m_v}{m_c}$$

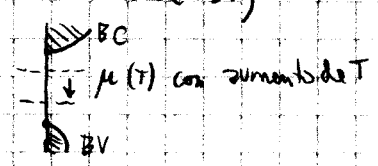
Sea $E_G = 0,1 \text{ eV} \Rightarrow -1,33 = \ln \left(\frac{m_v}{m_c} \right)$

$$0,26 \approx \frac{m_v}{m_c}$$

Por que se ubique en 0,025 eV por debajo de E_C



Dados el $\mu(T)$ obtenido para un aumento de T , $\mu(T)$ tiende a ir hacia la zona de la banda de mayor curvatura (en ambos casos será la BV)



4.

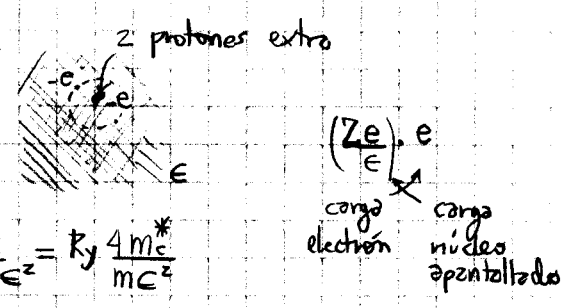
InSb $E_G = 0,23 \text{ eV}$
 $Z = 18$
 $m_c^* = 0,015 m$

In \rightarrow grupo 3
 Sb \rightarrow grupo 5

i). Energía de ionización del donador

$$E_{\text{ioniz. H}} = -\frac{e^4 m}{2\hbar^2 \epsilon^2} \quad \text{extrapolando}$$

$$E_{\text{ioniz}} = -\left(\frac{Ze^2}{\epsilon}\right)^2 \frac{m_c^*}{2\hbar^2} = \left(\frac{Ze^2}{\epsilon}\right)^2 \frac{m_c^*}{m \epsilon^2} = R_y \frac{4 m_c^*}{m \epsilon^2}$$



$$E_{\text{ioniz}} = -13,6 \text{ eV} \cdot \frac{0,015}{18} \approx -0,115 \text{ eV}$$

ii). Radio típico del fundamental

$$r_0 = \left(\frac{m \epsilon}{m^* Z}\right) a_0 = 600 a_0 \rightarrow r_0 = 600 \cdot 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

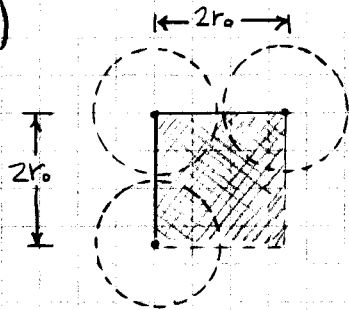
$$r_0 = 3,2 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

$$r_n = \frac{\hbar n^2}{m Z e^2}$$

$$r_0 = \frac{\hbar \epsilon m}{m_c^* Z e^2 m}$$

$$r_0 = 600 a_0$$

iii)



Considero un cubo de arista $2r_0 \rightarrow$

En un cubo de volumen $8r_0^3$ existe un átomo de impureza \rightarrow

$$N_d = \frac{1}{8r_0^3} \approx \frac{1}{8(3,2 \cdot 10^{-8} \text{ m})^3} \approx \boxed{3,8 \cdot 10^{21} \frac{1}{\text{m}^3}}$$

5.

$$N_d = 1 \cdot 10^{13} \frac{1}{\text{cm}^3}$$

$$E_d = 1 \text{ MeV}$$

$$m_c^* = 0,01 m$$

i)

$$n_d = \frac{N_d}{\frac{1}{2} e^{\beta(E_d/k)} + 1}$$

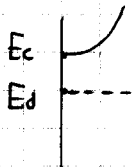
densidad electrónica ligada a sitios donores

$$T = 4 \text{ K} \rightarrow$$

$$\beta = \frac{1}{kT} = 1,81 \cdot 10^{22} \frac{1}{\text{J}}$$

$$N_d = 1 \cdot 10^{19} \frac{1}{\text{m}^3}$$

$$E_d = 1000000 \text{ eV} = 1,6021 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

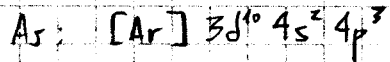
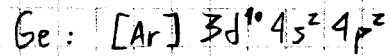
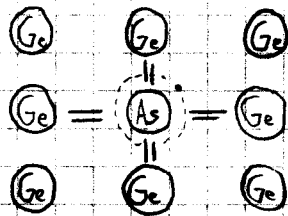


$$E_{\text{IONIZ}} = E_c - E_d = 1 \text{ MeV} \gg kT$$

$$13,66 \text{ eV} \cdot \frac{m^*}{m} = 1 \cdot 10^6 \text{ eV}$$

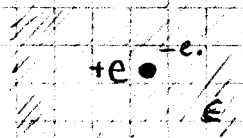
$$\frac{1}{\epsilon^2} = 7,32 \cdot 10^6$$

3. i) En un SC con impurezas donadoras, como GeAs, podemos considerar que tenemos distribuidos uniformemente un átomo de As entre un "fondo" de átomos de Ge. Ahora bien, dada las estructuras electrónicas



veamos que al Arsénico le sobra un electrón, que quedará "semilibre", dado que sus cuatro restantes electrones entran en las uniones con los cuatro primeros vecinos Ge con cada uno de los cuales comparte un electrón.

Como resultado tenemos un centro atractivo de carga +2 (la diferencia entre un núcleo de As y uno de Ge) con un electrón de carga -e débilmente ligado debido al apantallamiento producido por los otros en un medio dieléctrico.



Utilizando un modelo semiclásico, podemos pensar que tenemos un núcleo fijo de carga +e en un dieléctrico de permitividad ε con un electrón. Esta permitividad tiene el efecto de apantallar el campo que penetra el electrón

de acuerdo a e/ε.

De la solución del átomo hidrogenoide sabemos que:

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m e^2} \quad R_y = \frac{m e^4}{2 \hbar^2} \approx 13,6 \text{ eV}$$

donde a_0 es el radio de Bohr y R_y es la energía del nivel fundamental.

Podemos extrapolar estas expresiones a nuestro caso semiclásico considerando que:

$$e \cdot e \rightarrow e \cdot \frac{e}{\epsilon} = \frac{e^2}{\epsilon} \quad (\text{el producto de cargas})$$

$$m \rightarrow m^* \quad (\text{la masa es una masa efectiva})$$

con lo cual:

$$a_0' = \frac{\hbar^2 \epsilon}{m^* e^2} = \frac{m}{m^*} \frac{\hbar^2}{m e^2} \cdot \epsilon = \boxed{\frac{m \epsilon a_0}{m^*}}$$

$$R_y' = \frac{m^* e^4}{2 \hbar^2 \epsilon^2} = \frac{m^*}{m} \left(\frac{m e^4}{2 \hbar^2} \right) \frac{1}{\epsilon^2} = \boxed{\frac{m^*}{m} \frac{1}{\epsilon^2} R_y}$$

Luego, como la energía de ligadura de un electrón perteneciente a una impureza es de

$$E_{lig} = E_c - E_d \rightarrow E_d = E_c - E_{lig}$$

$$\boxed{E_d = E_c - \frac{m^*}{m} \frac{1}{\epsilon^2} R_y}$$

Según Ascroft lo cual: $E_c - E_d = E_{lig}$ para GeAs es de 0,0127 eV con $\frac{0,0127 \text{ eV}}{13,6 \text{ eV}} = 0,00093 = \frac{m^*}{m} \frac{1}{\epsilon^2}$ $\rightarrow m \cong \frac{m^*}{\epsilon} 1076$

Asimismo:

$$a'_0 \cong \frac{1076}{\epsilon} a_0$$

y como $\epsilon = 16$ (Ge) se ve que $a'_0 \gg a_0$; lo cual es reflejo de la debilidad de la ligadura.

ii) La concentración de electrones en el nivel donador se calculará como:

$$n_d = \langle n_d^{occ} \rangle N_d$$

donde N_d es la concentración de impurezas donadoras y $\langle n_d^{occ} \rangle$ es el número de electrones ligados a un sitio donador.

$$\langle n_d^{occ} \rangle = \frac{\sum N_j e^{-\beta(E_j - \mu N_j)}}{\sum e^{-\beta(E_j - \mu N_j)}}$$

y como en un sitio donador podemos tener 0 electrones, un electrón con spin up o un electrón con spin down, será

$$\langle n_d^{occ} \rangle = \frac{e^{-\beta(E_d - \mu)} + e^{-\beta(E_d - \mu)}}{1 + e^{-\beta(E_d - \mu)} + e^{-\beta(E_d - \mu)}}$$

$$\langle n_d^{occ} \rangle = \frac{2 e^{-\beta(E_d - \mu)}}{1 + 2 e^{-\beta(E_d - \mu)}} = \frac{1}{\frac{1}{2} e^{\beta(E_d - \mu)} + 1}$$

$$n_d = \frac{N_d}{\left(\frac{1}{2}\right) e^{\beta(E_d - \mu)} + 1}$$

iii)

$$n_c + n_d = N_d + p_v$$

(No tenemos impurezas aceptoras y por ende no hay huecos en la banda aceptoras)

iv)

$$\frac{|\mu - E_d|}{kT} \gg 1$$

Estemos ahora en un caso de SC extrínseco

$$n_c \neq p_v \rightarrow n_c - p_v = \Delta n$$

Pero vale la ley de acción de masas $\Rightarrow n_c \cdot p_v = n_i^2$

Por lo que:

$$n_c = n_c \cong N_c(T) \cdot e^{-\beta E_c} \cdot e^{\beta \mu}$$

$$p_v = p_v \cong P_v(T) \cdot e^{\beta E_v} \cdot e^{-\beta \mu}$$

podemos poner (Ashcroft)

$$n_c \cong n_i \cdot e^{\beta(\mu - \mu_i)}$$

$$p_v \cong n_i \cdot e^{-\beta(\mu - \mu_i)}$$

Luego

$$\frac{n_c - p_v}{n_i} = \frac{\Delta n}{n_i} = e^{\beta(\mu - \mu_i)} - e^{-\beta(\mu - \mu_i)} = 2 \sinh \left(\frac{\mu - \mu_i}{kT} \right)$$

$$\mu(T) = \operatorname{arsinh} \left(\frac{\Delta n}{2 n_i} \right) \cdot kT + \mu_i$$

Como estamos en SC - No degenerados:

$$f(E_d - \mu) \gg 1 \rightarrow n_d = \frac{N_d}{\frac{1}{2} e^{\beta(E_d - \mu)} + 1} \text{ es tal que:}$$

$$n_d \ll N_d \dots$$

Esto significa que la excitación térmica ioniza casi completamente a los impurezas con la cual:

$$\Delta n = n_c - p_v \approx N_d$$

Dado que $\frac{|\mu - E_d|}{kT} \gg 1$ existen dos regiones que la verifican:

Ⓘ $E_d - \mu > 0$

Ⓜ $E_d - \mu < 0$

La condición Ⓘ junto con la condición de no degeneración significará que:

$$n_d \ll N_d \text{ [comp. extrínsecas]}$$

y, a su vez, la condición Ⓜ junto con la no degeneración definen otra región en la cual

$$n_d \gg N_d \text{ [comp. intrínsecas]}$$

El punto (T_c) que separa una región de la otra está dado por la T_c obtenida desde:

$$E_d = \mu(T_c)$$

Volviendo al ejercicio 1 tenemos

$$\mu_i(T) \approx \frac{E_v + E_c}{2} - kT \frac{3}{4} (0,41)$$

(Germanio) $E_g = 0,67 \text{ eV}$
 $T = 300 \text{ °K (Amb)}$

$$\mu_i(T) \approx E_c - \frac{E_g}{2} - kT \frac{3}{4} (0,41)$$

$$\mu_i(T) \approx E_c - \frac{0,67 \text{ eV}}{2} - 0,025 \text{ eV} \cdot \frac{3 \cdot 0,41}{4}$$

$$\mu_i(T) - E_c \approx -0,39 \text{ eV} \rightarrow$$

$$n_c(T) = p_v(T) = n_i(T) =$$

$$n_i(T=300\text{K}) \approx \frac{1}{4} \left(\frac{2,056 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 39 \cdot 10^{21} \text{ J}}{\pi \cdot 1,11 \cdot 10^{-68} \text{ J}^2 \text{ s}^2} \right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{0,39 \text{ eV}}{0,025 \text{ eV}}}$$

$$\approx \frac{1}{4} \left(1,14 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{J s}^2} \right)^{3/2} \cdot 1,24 \cdot 10^{-6}$$

$$n_i \approx \frac{1}{4} \left(39 \cdot 10^{25} \frac{1}{\text{h}^3} \right) 1,24 \cdot 10^{-6} \approx \boxed{1,2 \cdot 10^{19}}$$

$$\frac{\text{m}^2 \cdot \text{kg}}{\text{J s}^2}$$

Ahora, si consideramos $N_d = 1 \cdot 10^{12} \frac{1}{m^3}$ y $n_i \approx 1,2 \cdot 10^{19} \frac{1}{m^3}$ vemos que $\frac{\Delta n}{n_i} \approx \frac{N_d}{n_i} = 8,3 \cdot 10^{-8}$ con lo cual $\operatorname{asenh} \left(\frac{8,3 \cdot 10^{-8}}{2} \right) \approx \frac{8,3 \cdot 10^{-8}}{2}$

Entonces, en este caso particular:

$$\mu(T) = kT \cdot \operatorname{asenh} \left(\frac{\Delta n}{2n_i} \right) + \mu_i \approx \mu_i$$

$$\mu(T) \approx \mu_i = \frac{E_c + E_v}{2} - \underbrace{kT \frac{3}{4} \ln(0,66)}_{0,025 \text{ eV } (a T = 300^\circ \text{K})}$$

v) Dado que $n_i \gg N_d$ nos hallamos en un régimen intrínseco y usando

$$\left\{ \begin{matrix} n_c \\ p_v \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} \sqrt{(N_d - N_a)^2 + 4n_i^2} \pm \frac{1}{2} (N_d - N_a)$$

$$n_c \approx \frac{1}{2} (N_d^2 + 4n_i^2)^{1/2} + \frac{1}{2} N_d$$

$$n_c \approx \frac{1}{2} n_i \sqrt{4 + \frac{N_d^2}{n_i^2}} + \frac{1}{2} N_d = n_i + \frac{1}{2} N_d$$

$$n_c = \frac{1}{4} \left(\frac{2m_c kT}{\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{\beta(\mu - E_c)} + \frac{1}{2} N_d$$

y en modo ídem:

$$p_v = \frac{1}{4} \left(\frac{2m_v kT}{\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{\beta(E_v - \mu)} - \frac{1}{2} N_d$$