

# Estructura de la Materia 1

## Práctica 8:Flujos viscosos en régimen oscilante, problemas autosimilares y transitorios.

Cátedra Dra G Gnavi.

Roberto Vieytes JTP. Alejandro Lazarte Ayudante de primera.

1<sup>er</sup> cuatrimestre de 2006

1. El hemiespacio superior a un plano horizontal está ocupado por un líquido, de propiedades  $\rho$  y  $\mu$ . El plano comienza a oscilar armónicamente, con una rapidez  $U = U_0 \cos \omega t$  y cuando el sistema alcanza el régimen oscilante, es decir, la dependencia temporal del campo de velocidades para un dado punto del espacio ocupado por el líquido, es una función armónica del tiempo.
  - a) A partir del análisis dimensional, determina la distancia de penetración de la velocidad y una relación funcional para la potencia media que el fluido recibe del plano.
  - b) realiza un gráfico cualitativo del perfil de velocidades
  - c) Halla el campo de velocidades que satisface las condiciones de contorno indicadas.
2. Un fluido muy viscoso se encuentra entre dos planos paralelos de dimensiones infinitas. El plano inferior está quieto mientras que el superior, a una distancia  $d$ , tiene una velocidad que en estado permanente puede expresarse por  $\vec{U} = U_0 \cos(\omega t)\hat{\xi}$ , donde  $\hat{\xi}$  es un versor contenido en el plano
  - a) En base al análisis dimensional estima la potencia que el plano le suministra al líquido en la aproximación de baja y alta frecuencia, es decir, estudia el caso  $\delta \gg d$  y  $d \gg \delta$  con  $\delta$  el espesor de penetración.
  - b) determina el campo de velocidades.
  - c) realiza un gráfico cualitativo del campo de velocidades para las dos situaciones señaladas.
3. Halla el campo de velocidades que se genera en un líquido ( $\mu, \rho$ ) que ocupa el volumen entre dos planos paralelos de dimensiones infinitas. Ambos planos se encuentran en reposo pero hay aplicado un gradiente de presión que puede expresarse matemáticamente por la función  $\text{grad } p = b \cos(\omega t)$ , con  $b$  una constante.
4. A una distancia  $d$ , sobre un plano inclinado fijo, se encuentra otro plano paralelo al primero cuya velocidad tiene módulo  $U_0 \cos \omega t$  y esta contenida en el mismo.

- a) Halla el campo de velocidades para el fluido, no hagas ninguna suposición sobre el régimen de oscilación. Ayuda: El campo de velocidades puede ser expresado como la superposición del campo de velocidades de un problema estacionario más uno dependiente del tiempo en forma armónica. ¿Cuáles son las razones para poder hacerlo?
- b) Mediante el análisis dimensional estima la dependencia funcional de la potencia media entregada por el plano superior al fluido.
5. Resuelve el problema 3 pero ahora con un gradiente de presiones que tiene una dependencia temporal del tipo  $\text{grad } p = a + b \cos(\omega t)$ ,  $a$  y  $b$  constantes.
6. Estudia la difusión de la vorticidad, en un líquido de densidad  $\rho$  y viscosidad  $\mu$  generada en la superficie de contacto entre un sólido (plano infinito) cuando este arranca subitamente con velocidad  $\vec{U}$  contenida en el mismo.
- a) Realiza el análisis dimensional para poner de manifiesto la característica autosemejante de la solución del problema. Comprueba que el método clásico no permite obtener la solución del problema, mientras que si separan las dimensiones de longitud si.
- b) halla el campo de velocidad para todo instante de tiempo  $t > 0$
- c) verifica que aún en el caso en que el plano arranque con una velocidad que dependa del tiempo, existen soluciones autosimilares bajo la condición que  $U = at^n$ ,  $n$  natural.
7. Un vórtice de intensidad  $\Gamma_0$  es puesto en el seno de un fluido viscoso  $\mu, \rho$ . Éste genera un campo de velocidades, dada la alta simetría, que es azimutal y depende sólo de la coordenada radial. Así, siempre a  $t = 0$ , la vorticidad es infinita en el origen y nula para  $r > 0$ . Debido a la viscosidad, el fluido no puede mantener en el tiempo este flujo y como en el problema anterior se produce la difusión de la vorticidad.
- a) Estudia este proceso para  $t > 0$ , en términos de la circulación  $\Gamma(r, t) = 2\pi r u_\theta(r, t)$  como variable dependiente del problema. realiza un análisis dimensional para poner de manifiesto el tipo de solución autosemejante.
- b) Obten el campo de velocidades. comprueba que a distancias  $r$  desde el eje que satisfacen  $r \ll \sqrt{4\nu t}$  el flujo ya no es más irrotacional, sino que aproximadamente viene dado por:
- $$u_\theta \approx \frac{\Gamma_0}{8\pi\nu t} r$$
- el cual corresponde a un movimiento de rotación “casi” uniforme con velocidad angular  $\omega = \Gamma_0/8\pi\nu t$
8. El espacio entre dos planos infinitos, separados una distancia  $d$  esta ocupado por un líquido muy viscoso ( $\mu, \rho$ ) en reposo. Subitamente el plano superior comienza a moverse con velocidad constante  $U$ . Halla el campo de velocidades para el fluido en todo punto del espacio por el ocupado y para todo instante posterior a que el plano superior haya arrancado.
9. Resuelve el mismo problema anterior, pero ahora los planos permanecen fijos y lo que aparece subitamente es un gradiente de presión en la dirección paralela a los planos.